

# EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



Instituto Politécnico Nacional  
"La Técnica al Servicio de la Patria"

# Research in Computing Science

**Vol. 153 No. 4**  
**April 2024**



# Research in Computing Science

---

## Series Editorial Board

### Editors-in-Chief:

Grigori Sidorov, CIC-IPN, Mexico  
Gerhard X. Ritter, University of Florida, USA  
Jean Serra, Ecole des Mines de Paris, France  
Ulises Cortés, UPC, Barcelona, Spain

Jesús Angulo, Ecole des Mines de Paris, France  
Jihad El-Sana, Ben-Gurion Univ. of the Negev, Israel  
Alexander Gelbukh, CIC-IPN, Mexico  
Ioannis Kakadiaris, University of Houston, USA  
Petros Maragos, Nat. Tech. Univ. of Athens, Greece  
Julian Padget, University of Bath, UK  
Mateo Valero, UPC, Barcelona, Spain  
Olga Kolesnikova, ESCOM-IPN, Mexico  
Rafael Guzmán, Univ. of Guanajuato, Mexico  
Juan Manuel Torres Moreno, U. of Avignon, France  
Miguel González-Mendoza, ITESM, Mexico

### Associate Editors:

#### Editorial Coordination:

Griselda Franco Sánchez

*Research in Computing Science*, Año 23, Volumen 153, No. 4, abril de 2024, es una publicación mensual, editada por el Instituto Politécnico Nacional, a través del Centro de Investigación en Computación. Av. Juan de Dios Bátiz S/N, Esq. Av. Miguel Othon de Mendizábal, Col. Nueva Industrial Vallejo, C.P. 07738, Ciudad de México, Tel. 57 29 60 00, ext. 56571. <https://www.rcs.cic.ipn.mx>. Editor responsable: Dr. Grigori Sidorov. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo del Título No. 04-2019-082310242100-203. ISSN: en trámite, ambos otorgados por el Instituto Politécnico Nacional de Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número: el Centro de Investigación en Computación, Dr. Grigori Sidorov, Av. Juan de Dios Bátiz S/N, Esq. Av. Miguel Othon de Mendizábal, Col. Nueva Industrial Vallejo, C.P. 07738. Fecha de última modificación 01 de abril de 2024.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización del Instituto Politécnico Nacional.

**Research in Computing Science**, year 23, Volume 153, No. 4, April 2024, is published monthly by the Center for Computing Research of IPN.

The opinions expressed by the authors does not necessarily reflect the editor's posture.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without prior permission of Centre for Computing Research of the IPN.

# Computing Applications in Modern Industry

Rafael Guzmán Cabrera (ed.)



Instituto Politécnico Nacional  
"La Técnica al Servicio de la Patria"

Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Computación  
México 2024

## ISSN: in process

---

Copyright © Instituto Politécnico Nacional 2024  
Formerly ISSNs: 1870-4069, 1665-9899

Instituto Politécnico Nacional (IPN)  
Centro de Investigación en Computación (CIC)  
Av. Juan de Dios Bátiz s/n esq. M. Othón de Mendizábal  
Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Zacatenco  
07738, México D.F., México

<http://www.rcs.cic.ipn.mx>

<http://www.ipn.mx>

<http://www.cic.ipn.mx>

The editors and the publisher of this journal have made their best effort in preparing this special issue, but make no warranty of any kind, expressed or implied, with regard to the information contained in this volume.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored on a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, including electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without prior permission of the Instituto Politécnico Nacional, except for personal or classroom use provided that copies bear the full citation notice provided on the first page of each paper.

Indexed in LATINDEX, DBLP and Periodica

Electronic edition

## Table of Contents

	Page
Clasificación de demencia usando métodos clásicos de Machine Learning ..... <i>Georgina Concepción Waldo-Benítez, Luis Carlos Padierna-García,            Modesto Antonio Sosa-Aquino, Pablo Victor Cerón-Ramírez</i>	000
La formación del enlace de hidrogeno en el ADN como una propiedad emergente: aplicaciones en caminatas aleatorias ..... <i>Rodrigo Rodríguez-Gutiérrez, Francisco Hernández-Cabrera,            Francisco Javier Almaguer-Martínez, María Esther Grimaldo-Reyna</i>	000
Estudio comparativo de la composición corporal evaluada con DEXA, en pacientes con trasplante renal, pacientes con hemodiálisis, y grupo control de sujetos sanos ..... <i>M. Jocelyne Piñon-Ruiz, M. Raquel Huerta-Franco,            Francisco Miguel Vargas-Luna, Evelia Apolinar-Jimenez</i>	000
Breast Cancer Early Detection Support Systems CAMI and CAMTP ..... <i>Alma Alvarado-López, Alicia Campos-Hernández,            Mario Salvador Castro Zenil</i>	000
Estudio de la cinemática del movimiento y comparación termográfica de las extremidades superiores en nadadores con hombro doloroso y un grupo control..... <i>Diana Nohemi Santillana-Camargo, Carlos Villaseñor-Mora,            Israel Miguel-Andres, Gracia López-Contreras,            Raúl Arellano-Colomina</i>	000
Ultrasonido inducido por láser en escalas mesoscópicas: Visión desde la mecánica de medios continuos de Cosserat y la teoría de brechas de momentum..... <i>Jorge Enrique Alba-Rosales, Yanier Ojeda-Morales,            Geminiano Donaciano Martínez-Ponce</i>	000



## Clasificación de demencia usando métodos clásicos de Machine Learning

Georgina Concepción Waldo-Benítez<sup>1</sup>,  
Luis Carlos Padierna-García<sup>1</sup>, Modesto Antonio Sosa-Aquino<sup>1</sup>,  
Pablo Victor Cerón-Ramírez<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Guanajuato,  
Departamento de Ingeniería Física,  
División de Ciencias e Ingenierías,  
México

<sup>2</sup> Universidad de Quintana Roo,  
México

waldobg2012@licifug.ugto.mx

**Resumen.** La demencia es una enfermedad que afecta la memoria, el pensamiento y las habilidades de comunicación. Más de 50 millones de personas en el mundo padecen esta enfermedad. La detección temprana de demencia permite ofrecer un mejor cuidado a los pacientes; sin embargo, el proceso de detección depende de la experiencia del médico. Las herramientas para diagnóstico asistido por computadora son de utilidad para el médico en este proceso porque le permiten tomar decisiones con mayor precisión. Objetivo clasificar demencia en adultos mayores mediante datos clínicos y métodos clásicos de Machine Learning (ML). Material y métodos: Los algoritmos de ML Support Vector Machine, Naïve Bayes, Decision Tree, Random Forest (RF) y k-Nearest Neighbors, fueron entrenados con datos de pacientes con demencia recopilados en el dataset OASIS-2 para resolver la tarea de clasificación en tres categorías, dementes, no dementes y convertidos. Por medio de un mapa de correlación se seleccionaron las siete características más relevantes, tales como la edad y el volumen normalizado del cerebro. Después, usando el método de análisis de componentes principales (PCA) se identificó que los dos primeros componentes explicaban el 90.22% de los datos. Se realizó una partición 75/25 para entrenamiento y prueba, respectivamente. Con el método grid search se encontraron los mejores hiperparámetros de cada algoritmo. Finalmente, se realizaron 10 corridas independientes de los experimentos para evaluar su confiabilidad. Resultados: Se encontró que el algoritmo k-NN es el que obtiene mayor precisión con un  $92.13\% \pm 3.48$ , seguido por RF con un  $92.0\% \pm 1.8$ , a pesar de que obtienen valores muy cercanos, RF no clasifica la categoría de convertido. Conclusiones: El uso de datos clínicos de los pacientes junto con métodos clásicos de ML permite obtener una clasificación precisa de demencia y en consecuencia apoyar el trabajo del médico.

**Palabras clave:** Clasificación, demencia, machine learning, OASIS-2.

## Classification of Dementia Using Methods Machine Learning Classics

**Abstract.** Dementia is a disease that affects memory, thinking and communication skills. More than 50 million people in the world suffer from this disease. Early detection of dementia allows us to offer better care to patients; however, the screening process depends on the doctor's experience. Computer-aided diagnosis tools are useful to the doctor in this process because they allow him to make decisions with greater precision. Objective to classify dementia in older adults using clinical data and classic Machine Learning (ML) methods. Material and methods: The ML Support Vector Machine algorithms, Naïve Bayes, Decision Tree, Random Forest (RF) and k-Nearest Neighbors, were trained with data from patients with dementia collected in the OASIS-2 dataset to solve the task of classification into three categories, insane, non-insane and converted. Using a correlation map, the seven most relevant characteristics were selected, such as age and normalized brain volume. Then, using the principal component analysis (PCA) method, it was identified that the first two components explained 90.22% of the data. A 75/25 split was performed for training and testing, respectively. With the grid search method, the best hyperparameters of each algorithm were found. Finally, 10 independent runs of the experiments were carried out to evaluate their reliability. Results: It was found that the k-NN algorithm is the one that obtains the highest precision with  $92.13\% \pm 3.48$ , followed by RF with  $92.0\% \pm 1.8$ , although they obtain very close values, RF does not classify the converted category. Conclusions: The use of patients' clinical data together with classical ML methods allows obtaining an accurate classification of dementia and consequently supporting the doctor's work.

**Keywords:** Classification, dementia, machine learning, OASIS-2.

### 1. Introducción

La demencia es una enfermedad que impacta en la memoria, el pensamiento y las habilidades de comunicación, afectando cerca de 50 millones de personas alrededor del mundo, con más de la mayoría viviendo en países de bajos y medianos ingresos. Cada año cerca de 10 millones de nuevos casos son diagnosticados. Actualmente no hay tratamiento disponible que cure la demencia o que altere su curso progresivo [1]. Sin embargo, la detección temprana de la demencia permite actuar para mejorar los cuidados del paciente e identificar el estado inicial de la enfermedad [2].

El proceso de tamizaje representa un trabajo extenuante para los radiólogos y recae en su experiencia. Recientemente las herramientas basadas en algoritmos de Machine Learning (ML) han probado ser útiles para reducir la carga de trabajo por medio de una correcta clasificación donde solo la información de la imagen MRI del cerebro, es utilizada sin ningún otro tipo de parámetros, reduciendo el tiempo y mejorando la precisión [3, 4, 5, 6, 7, 8].

En [3] los datos clínicos del OASIS-2 son usados para entrenar una máquina de soporte vectorial (SVM) con un kernel R.i.e.BF que clasifica tres tipos de pacientes (dementes, no dementes y convertidos). Utilizan una técnica de preprocesamiento de



datos para completar los datos faltantes y seleccionar un conjunto de características específicas para predecir el resultado, con métricas de rendimiento como la precisión.

En [4], XGBoost fue comparado con otros algoritmos como Random Forest (RF), SVM, Decision Tree (DT), k-Nearest Neighbors (k-NN) para clasificación de los datos del OASIS-2. Una selección de características fue aplicada para mejorar los algoritmos. En resumen, los trabajos previos han resuelto la clasificación de demencia basados en el OASIS-2 con niveles de precisión en el rango entre 68% y 98%.

Los algoritmos clásicos de ML requieren entrenamiento con datos y características seleccionadas por el especialista. Este trabajo propone clasificar la demencia con los métodos existentes de ML buscando el más simple y con la mejor precisión que sea comparable reportado por la literatura.

## **2. Materiales y métodos**

El dataset OASIS-2 provee acceso a un base de datos de neuroimágenes procesadas en un amplio rango demográfico, cognitivo y genético para el uso en investigación de neuroimagen, clínico y cognitivo en el envejecimiento normal y el declive cognitivo [9]. Existen cuatro dataset principales, OASIS-1, OASIS-2, OASIS-3 y OASIS-4. En este trabajo solo nos enfocamos en el OASIS-2, considerando los datos clínicos para el entrenamiento de los métodos clásicos de ML. El OASIS-2 está constituido por una colección de 150 pacientes (72 dementes, 14 convertidos, y 64 no dementes) en un rango de edad de 60 a 96 años. Cada sujeto fue escaneado dos o más veces en visitas separadas por al menos un año.

### **2.1. Métodos clásicos de Machine Learning**

Para encontrar el mejor clasificador de demencia, se entrenaron diversos métodos de Machine Learning que son frecuentemente utilizados en la literatura. A continuación, se da una breve descripción de cada uno de ellos.

Máquinas de soporte vectorial (SVM, por sus siglas en inglés): Es aplicado en la práctica cuando los datos no son linealmente separables, aprende predictores lineales con características espaciales de alta dimensionalidad. Esta alta dimensionalidad aumenta la complejidad de la muestra y de los requerimientos computacionales [10]. Árboles de decisión (DT): pueden ser usados en clasificación multiclase, regresión o clustering. DT son descritos como débiles aprendices con un boost, lo cual los convierte en algoritmos de aprendizaje efectivo.

Son rápidos de entrenar y relativamente fáciles de interpretar. Predice la etiqueta asociada con la instancia  $x$  viajando de un nodo a una hoja del árbol [11].

Random Forest (RF): es un clasificador que consiste en una colección de árboles de decisión, donde cada árbol es construido aplicando un algoritmo  $A$  en el set de entrenamiento  $S$  y un vector adicional aleatorio. La predicción del RF es obtenida por la mayoría de los votos sobre la predicción de los árboles individuales [10].

Naïve Bayes: es un clasificador que utiliza suposiciones generativas y parámetros de estimación simplificando el proceso de aprendizaje. Considera el problema de predecir una etiqueta basado en un vector de características donde se asume que le corresponde una etiqueta para cada valor de  $x$  [10].



**Fig. 1** Mapa de correlación para el OASIS-2 utilizado para la selección de los mejores datos de entrada.

k-Nearest Neighbors: es un método de aprendizaje supervisado que clasifica los datos en clústeres formados por la respectiva etiqueta de clasificación. Puede ser vista como un esquema de votación entre los k vecinos más cercanos, siendo k impar para evitar empates. El parámetro k controla la estabilidad del estimador k-NN, cuando k es pequeña el algoritmo es sensible a los datos y cuando incrementa el estimador se convierte más estable [12].

Para la visualización de las características se utilizó un método que nos permite trabajar con aquellas que son más relevantes y así poder describir gráficamente el trabajo de nuestro clasificador.

Análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés): reduce el número de características transformando los datos en características que presenten alta varianza, independencia y ortogonalidad uno con otro. Asume que los datos tienen señales que se mezclan de diferentes maneras. PCA intenta ‘desmezclar’ estas señales para recuperar las originales.

PCA transforma un conjunto de observaciones de variables correlacionadas en un set de variables no correlacionadas llamadas componentes principales. La idea base del PCA es transformar la dimensión de las señales en número más pequeños de componentes principales [13].

## 2.2. Estrategias de evaluación y métricas de rendimiento

Para encontrar los mejores parámetros de los algoritmos es necesario emplear técnicas como grid search o bootstrapping, que nos permiten aumentar el rendimiento y precisión del método de ML empleado.

Grid search es el proceso de ajustar hiperparámetros para determinar los valores óptimos dados para un modelo seleccionado. Usa un bucle a través de hiperparámetros predefinidos y ajusta el modelo en el set de entrenamiento, seleccionando los parámetros de una lista dada [14].

La validación cruzada de k-pliegues involucra dividir aleatoriamente un set de observaciones en k grupos o pliegues, de un tamaño aproximadamente igual. El primer pliegue es tratado como un conjunto de validación, y el método es ajustado en los k-1 pliegues restantes [15].

Bootstrapping es cualquier prueba o métrica que usa muestreo aleatorio con remplazo que cae bajo un tipo más amplio de métodos de remuestreo. Asigna mediciones de precisión a los estimadores de muestra. Esta técnica permite la estimación de una distribución de muestras de casi cualquier estadístico usando un método de muestreo aleatorio [16].

Precisión es la proporción de predicciones correctas (ambas verdaderas positivas y verdaderas negativas) dentro del número total de casos examinados, siguiendo la ecuación (1) [17]:

$$\text{Precisión} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}, \quad (1)$$

donde TP es verdadero positivo, FP es falso positivo, TN es verdadero negativo y FN es falso negativo.

### 2.3. Preprocesamiento de los datos clínicos de OASIS-2

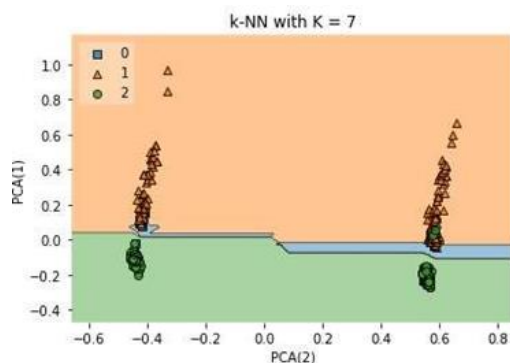
**Selección de características.** Un mapa de correlación (Fig. 1) fue utilizado para seleccionar las mejores características de entrada para el modelo de ML, siendo estas siete: sexo, edad, educación, minimental state examination (MMSE), clinical dementia rating (CDR) normalized whole brain volume (nWBV) y Atlas Scaling Factor (ASF). Estas características son usadas en trabajos previamente publicados [4], con la diferencia de ASF fue usado en lugar del Estimated Total Intracranial Volume (eTIV). Retraso, estatus socioeconómico (SES) y visita fueron eliminados por no ser características relevantes para el modelo. eTIV fue omitido debido a que está fuertemente correlacionado con ASF.

**Visualización.** De las siete características restantes, PCA fue utilizado para reducir el número de dimensiones del OASIS-2 dataset y poder visualizar la frontera de decisión. Los dos primeros componentes principales explican el 90.22% de los datos. La Fig. 2 muestra la frontera de decisión obtenida por el clasificador k-NN, donde los grupos 0, 1 y 2 para convertido, no demencia y demencia, respectivamente.

### 2.4. Diseño experimental

Después de seleccionar las características más relevantes del OASIS-2, los registros clínicos resultantes fueron separados en 75% para el entrenamiento y 25% para la prueba. Métodos de ML clásicos (SVM, RF, DT, NB, y k-NN) y sus configuraciones experimentales reportados en previos trabajos son presentados en la Tabla 1.

El entrenamiento de los modelos se realizó usando una validación cruzada de 10-pliegues y sus hiperparámetros fueron ajustados usando una estrategia grid search. SVM con un gamma de 0.4 y con el kernel radial basis function (RBF); RF con una profundidad máxima de 10; DT con una profundidad máxima de 2, y un separador aleatorio; un NB gaussiano; y k-NN, fue entrenado calculando la distancia Manhattan



**Fig. 2.** Clasificación de demencia con k-NN usando los dos componentes principales, que muestran la barrera de decisión y la no linealidad de los datos.

**Tabla 1.** Precisión de los diferentes algoritmos. Promedio  $\pm$  desviación estándar, a partir de la validación cruzada de 10-pliegues.

Algoritmos Clásicos de ML	Precisión (promedio $\pm$ desviación estándar) Nuestro experimento	Mejores reportados [8, 6, 4, 18]
k-NN	92.13 % $\pm$ 3.48	90.74%
RF	92.0% $\pm$ 1.8	96.66%(i), 93.56%(ii)
DT	90.0% $\pm$ 4.3	99.28% (iii)
SVM	89.9% $\pm$ 3.2	92.57%
NB	85.3% $\pm$ 3.5	87.29%

con cada punto y asignándolos al clúster con la mínima distancia desde los centros del clúster, el número de vecinos cercanos fue de siete de acuerdo con grid search.

A pesar de que los datos no son linealmente separables en OASIS-2, como se observa en la Fig. 2, los métodos clásicos de ML pueden ser implementados para clasificar la demencia con precisión.

### 3. Resultados y discusión

Los algoritmos clásicos de ML fueron entrenados y probados con los datos clínicos del OASIS-2. Los mejores resultados obtenidos en nuestros experimentos, y una comparación con trabajos previos son reportados en la Tabla 1. La precisión promedio más alta fue de 92.13%  $\pm$  3.48 obtenida con el algoritmo k-NN.

(i) La precisión del algoritmo RF reportada por Shanmuga et al. [4] del 96.66%, es el valor máximo obtenido en sus experimentos. Ningún intervalo de confianza es dado, por lo que es un resultado que indica sesgo en el experimento.

(ii) Antes de realizar la clasificación con el algoritmo RF; se realizó una selección de características con un algoritmo de optimización (Particle Swarm Optimization) [18].

(iii) La precisión reportada para DT por Bansal et al. [8] del 99.28% es dudosa ya que indica un sobreajuste del modelo. Esto es común en los algoritmos basados en árboles de decisión. Después de una revisión, se encontró que los autores no explican

el número de instancias usadas en el cálculo de la precisión, y la falta de un esquema de validación como k-pliegues o bootstrapping.

En [3] los autores obtuvieron una precisión de a 68.75% usando un SVM con un kernel RBF en los datos clínicos de OASIS-2. Este bajo rendimiento puede deberse al esquema de ajuste de hiperparámetros usados, en los que sólo valores altos y bajos de C y gamma fueron considerados. En nuestros experimentos, un esquema de grid search obtuvo una precisión de  $89.9\% \pm 3.2$ , lo cual concuerda con los resultados encontrados en [4] de 92.57%.

#### **4. Conclusiones**

Se clasificó la demencia en adultos mayores en tres grupos, dementes, no dementes y convertidos, mediante información clínica como la edad y características del cerebro obtenidas por los médicos mediante imágenes MRI, identificando como mejor algoritmo de clasificación, después de probar con distintos algoritmos de ML, un clasificador k-NN, el cual alcanza una precisión del  $92.13\% \pm 3.48$ . A comparación del RF, este clasificador pudo distinguir las tres categorías correctamente.

El uso de algoritmos más potentes como XGBoost podría ser otra alternativa para continuar utilizando estos métodos clásicos, y mejorar la precisión. Otro trabajo a futuro consiste en realizar la clasificación de demencia con métodos de aprendizaje profundo utilizando solamente imágenes de MRI y no datos clínicos. Debido al nivel de precisión alcanzado por k-NN, este puede ser considerado para su validación en la práctica clínica.

#### **Referencias**

1. World Health Organization: Demencia (2023) [www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/dementia](http://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/dementia)
2. Custodio, N., Duque, L., Montesinos, R., Alva-Diaz, C., Mellado, M., Slachevsky, A.: Systematic review of the diagnostic validity of brief cognitive screenings for early dementia detection in spanish-speaking adults in Latin America. *Frontiers in Aging Neuroscience*, vol. 12, pp. 270 (2020) doi: 10.3389/fnagi.2020.00270
3. Battineni, G., Chintalapudi, N., Amenta, F.: Machine learning in medicine: performance calculation of dementia prediction by support vector machines (SVM). *Informatics in Medicine Unlocked*, vol. 16 (2019) doi: 10.1016/j.imu.2019.100200
4. Vinayak, S. S., Shahina, E. A., Nayeemulla-Khan, A.: Dementia prediction on OASIS dataset using supervised and ensemble learning techniques. *International Journal of Engineering and Advanced Technology*, vol. 10, no. 1, pp. 244–254 (2020)
5. Dua, M., Makhija, D., Manasa, P. Y. L., Mishra, P. A.: CNN–RNN–LSTM based amalgamation for Alzheimer’s disease detection. *Journal of Medical and Biological Engineering*, vol. 40, pp. 688–706 (2020) doi: 10.1007/s40846-020-00556-1
6. Naidu, C., Kumar, D., Maheswari, N., Sivagami, M., Li, G.: Prediction of Alzheimer’s disease using Oasis dataset. *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, vol. 7, no. 6S3, pp. 36–42 (2019)
7. Yagis, E., Citi, L., Diciotti, S., Marzi, C., Atnafu, S. W., De-Herrera, A. G. S.: 3D convolutional neural networks for diagnosis of dementia. In: 33rd International Symposium on Computer-Based Medical Systems (CBMS), IEEE, pp. 65–70 (2020) doi: 10.1109/CBMS49503.2020.00020

8. Bansal, D., Chhikara, R., Khanna, K., Gupta, P.: Comparative analysis of various machine learning algorithms for detecting dementia. *Procedia Computer Science*, vol. 132, pp. 1497–1502 (2018) doi: 10.1016/j.procs.2018.05.102
9. OASIS-BRAINS: Open access series of imaging studies (2023) <https://www.oasis-brains.org/>
10. Shalev-Shwartz, S., Ben-David, S.: *Understanding machine learning: from theory to algorithms*. Cambridge: Cambridge University Press (2014)
11. Mohri, M., Rostamizadeh, A., Talwalkar, A.: *Foundations of machine learning*. MIT Press (2018)
12. Rosasco, L.: *Introductory machine learning notes*. Genova: MIT (2017)
13. Winn, J., Bishop, C. M., Diethe, T., Guiver, J., Zaykov, Y.: *Model-based machine learning*. Taylor & Francis (2014)
14. Mujtaba, H.: *Great Learning* <https://www.mygreatlearning.com/blog/gridsearchcv/>
15. James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R.: *An introduction to statistical learning*. Springer (2017) doi: 10.1007/978-1-0716-1418-1
16. Varian, H. R.: Bootstrap tutorial. *Mathematica Journal*, vol. 9, no. 4, pp. 768–775 (2005)
17. Metz, C.: Basic principles of ROC analysis. *Seminar of Nuclear Medicine*, vol. 8, no. 4, pp. 283–298 (1978) doi: 10.1016/S0001-2998(78)80014-2
18. Saputra, R. A., Agustina, C., Puspitasari, D., Ramanda, R., Pribadi, D., Indriani, K.: Detecting Alzheimer’s disease by the decision tree methods based on particle swarm optimization. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, vol. 1641, no. 1, p. 012025 (2020) doi: 10.1088/1742-6596/1641/1/012025

## La formación del enlace de hidrogeno en el ADN como una propiedad emergente: aplicaciones en caminatas aleatorias

Rodrigo Rodríguez-Gutiérrez, Francisco Hernández-Cabrera,  
Francisco Javier Almaguer-Martínez, María Esther Grimaldo-Reyna

Universidad Autónoma de Nuevo León,  
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
México

francisco.hernandezcbr@uanl.edu.mx

**Resumen.** Los mecanismos celulares que sustentan la vida son comprendidos a partir de los estudios realizados en la molécula de ADN. Esta molécula está formada por secuencias antiparalelas de bases nitrogenadas estabilizadas por puentes de hidrógeno. Las propiedades fisicoquímicas de estos componentes del ADN son fundamentales para comprender su estructura en forma helicoidal. En este trabajo se representaron las propiedades fisicoquímicas de las nucleobases con las reglas de estructura (pirimidina o purina), grupo funcional (ceto o amino) y tipo de enlace de hidrógeno (débil o fuerte). Además, se utilizó una métrica binaria y operadores lógicos aplicados a los estados de las reglas, para representar el tipo de enlace de hidrógeno entre bases nitrogenadas. Se demostró que la regla de enlace de hidrógeno resulta de una transformación lineal entre las propiedades de estructura y grupo funcional de las nucleobases. Esta modelación permitió obtener caminatas aleatorias de ADN de una regla específica, cuando se tienen los estados de las otras dos reglas. Esta herramienta podría ser aplicada para realizar análisis filogenético en secuencias de ADN. Por otra parte, se propone una métrica matricial, la cual posee propiedades algebraicas semejantes a las utilizadas para describir los estados de observables en la mecánica cuántica. Estos hallazgos podrían conducir al desarrollo de nuevas herramientas para el análisis de secuencias y la comprensión de los procesos biológicos que involucran el ADN.

**Palabras clave:** Operadores lógicos, enlace de hidrógeno, propiedad emergente, transformación lineal, caminata aleatoria.

### The Formation of the Hydrogen Bond in DNA as an Emergent Property; Applications in Random Walks

**Abstract.** The cellular mechanisms that sustain life are understood from studies carried out on the DNA molecule. This molecule is formed by antiparallel sequences of nitrogenous bases stabilized by hydrogen bonds. The physicochemical properties of these DNA components are fundamental to understanding its helical structure. In this work, the physicochemical properties of nucleobases were represented with the rules of structure (pyrimidine or purine), functional group (keto or amino) and type of hydrogen bond (weak or strong). In addition, a binary metric and logical operators applied to the states of the rules were used to represent the type of hydrogen bond between nitrogenous bases. It was shown that the hydrogen bonding rule results from a linear transformation between the structure and functional group properties of nucleobases. This

modeling allowed us to obtain random DNA walks of a specific rule, when the states of the other two rules are available. This tool could be applied to perform phylogenetic analysis on DNA sequences. On the other hand, a matrix metric is proposed, which has algebraic properties similar to those used to describe the states of observables in quantum mechanics. These findings could lead to the development of new tools for sequence analysis and understanding biological processes involving DNA.

**Keywords:** Logical operators, hydrogen bond, emergent property, linear transformation, random walks.

## 1. Introducción

La información que sustenta los mecanismos celulares para permitir el desarrollo y adaptación de los seres vivos se encuentra codificada en la molécula de ácido desoxirribonucleico (ADN). El ADN tiene una estructura de doble hélice formada por dos secuencias antiparalelas de nucleótidos. Estas secuencias son estabilizadas por enlaces de hidrógeno entre bases nitrogenadas complementarias, las cuales se localizan en hebras opuestas del ADN.

El tipo de apareamiento entre bases nitrogenadas fue descrito por primera vez por Watson y Crick, estableciendo que la Adenina (A) se une mediante dos enlaces de hidrógeno con la Timina (T), mientras que la Guanina (G) se une mediante tres enlaces de hidrógeno con Citosina (C) (figura 1).

Estas interacciones complementarias entre bases nitrogenadas se rigen por tres propiedades fisicoquímicas; estructura, grupo funcional y tipo de enlace, cada una de las cuales contiene dos estados. Así, se han establecido tres reglas de clasificación, la primera regla describe dos tipos de estructuras (E); la estructura química llamada Purina (R) tiene dos anillos que están presentes en la Adenina y Guanina. Por otra parte, la estructura llamada Pirimidina (Y) tiene un anillo simple y se encuentra en Timina y Citosina.

La segunda regla relaciona el grupo funcional localizado en el anillo hexagonal de cada nucleobase; así, el grupo Amino (M) se encuentra en la Adenina y Citosina, mientras que el grupo Ceto (K) está presente en la Timina y Guanina.

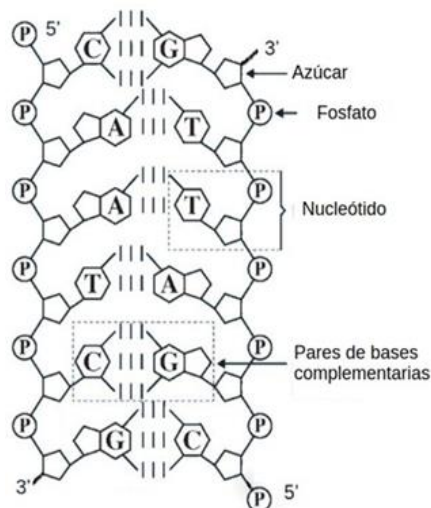
La tercera regla establece que existe un triple enlace de hidrógeno (enlace S  $\rightarrow$  fuerte) entre la Guanina y Citosina, mientras que hay un doble enlace de hidrógeno (enlace W  $\rightarrow$  débil) entre la Adenina y Timina.

Estudios previos han relacionado la propiedad fisicoquímica de estructura (regla Y/R) con métricas binarias aplicadas a secuencias de ADN para proponer análisis de correlación y fractalidad en caminatas aleatorias [9, 13, 10].

Trabajos posteriores fueron agregando las reglas de grupo funcional (K/M) y tipo de enlace de hidrógeno (S/W) para realizar análisis filogenético en secuencias de ADN [5, 6, 14–16, 2]. También se ha propuesto el uso de operadores lógicos en secuencias de ADN para modelar el transporte de carga y en la búsqueda de patrones fractales [12, 8, 1, 4, 3]. Otros trabajos han realizado representaciones matriciales y binarias para estudiar la degeneración del código genético [11, 7].

Las investigaciones previas sugieren que las tres reglas relacionadas con las propiedades fisicoquímicas son independientes entre sí, además no consideran la





**Fig. 1.** La molécula de ADN se muestra representada por dos secuencias antiparalelas, cada una de ellas con los 4 tipos de nucleótidos (secuencia sentido 5' CAATCG 3' y secuencia anti sentido 3' GTTAGC 5'). Los enlaces de hidrógeno se muestran con líneas verticales entre las nucleobases complementarias. Imagen descargada bajo licencia libre de vecteezy.com.

posición de cada nucleobase en la secuencia sentido o antisentido en el ADN de doble cadena.

Por lo anterior es importante describir un modelo matemático que correlacione las reglas fisicoquímicas de estructura, grupo funcional y tipo de enlace.

Este modelo permitiría comprender coherentemente el significado biológico de la dependencia entre la estructura y grupo funcional, que permite la formación de enlaces de hidrógeno entre bases nitrogenadas complementarias en la doble cadena de ADN.

En este trabajo se propone un modelo de correlación entre las reglas fisicoquímicas. Nuestro modelo sugiere que la estructura y grupo funcional de cada nucleobase determinan las interacciones permitidas que conducen a la formación del tipo de enlace de hidrógeno correspondiente.

## 2. Metodología

Considerando las tres reglas binarias, representamos las características principales de las bases nitrogenadas en la tabla 1. Además, utilizamos las entradas lógicas falso (F) y verdadero (T) para los estados de cada una de las reglas que describen las bases nitrogenadas.

Así, la regla Y/R tiene valores lógicos  $Y \rightarrow F$  y  $R \rightarrow T$ , para la regla K/M;  $K \rightarrow F$  y  $M \rightarrow T$ , y la regla S/W;  $S \rightarrow F$  y  $A \rightarrow T$  (ver tabla 2). Con estas entradas lógicas se observa que los estados de las reglas de estructura (Y/R) y función (K/M) operados a través de un XOR, dan como resultado los estados de la regla de enlace (S/W) (ver figura 2).

**Table 1.** Tabla que resume las propiedades fisicoquímicas de las núcleo bases que forman al ADN, con sus respectivas abreviaciones.

Nucleobase	Estructura (E)	Grupo funcional (F)	Tipo de enlace (H)
Adenina (A)	Purina (R)	Amino (M)	Weak (W)
Guanina (G)	Purina (R)	Keto (K)	Strong (S)
Citosina (C)	Pirimidina (Y)	Amino (M)	Strong (S)
Timina (T)	Pirimidina (Y)	Keto (K)	Weak (W)

**Table 2.** Representación de las propiedades fisicoquímicas con los valores lógicos aplicados a las reglas Y/R, K/M y S/W.

Regla	A	G	C	T
Y/R	T	T	F	F
K/M	T	F	T	F
S/W	T	F	F	T

### 2.1. Relación entre la caminata de ADN y circuitos lógicos

Otra manera de modelar las secuencias de ADN es utilizando series de tiempo. Así, se puede definir una secuencia de M nucleótidos como  $Q = \{q_1q_2...q_M\}$ , en donde  $q_k \in \{A, C, G, T\}$  y  $k, \in \{1, 2, \dots, M\}$ . En este caso la secuencia se transforma en una caminata aleatoria aplicando la métrica (-1,1) a los estados de cada una de las reglas. Con las expresiones 2-4 se asignan valores a cada nucleótidos en la secuencia de ADN, y se obtiene la sumatoria en cada paso para representar cada una de las caminatas como se muestra en la tabla 4. Entonces posición del nésimo paso en la caminata de ADN está dada por:

$$X_n = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i, \tag{1}$$

en donde  $x_0 = 0$  es la posición inicial y  $X_n$  representa la resultante de la caminata en el paso  $n$ :

Regla Y/R:

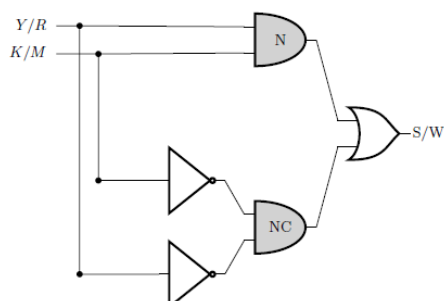
$$x_k = \begin{cases} -1 & \text{si } q_k \in Y = \{C, T\} \\ 1 & \text{si } q_k \in R = \{A, G\} \end{cases}, \tag{2}$$

Regla K/M:

$$y_k = \begin{cases} -1 & \text{si } q_k \in K = \{G, T\} \\ 1 & \text{si } q_k \in M = \{A, C\} \end{cases}, \tag{3}$$

Regla S/W:

$$z_k = \begin{cases} -1 & \text{si } q_k \in S = \{C, G\} \\ 1 & \text{si } q_k \in W = \{A, T\} \end{cases}. \tag{4}$$



**Fig. 2.** Circuito lógico que modela la interacción entre las reglas Y/R y K/M para formar la regla S/W, como se muestra en la tabla 2. Las compuertas AND se muestran sombreadas en gris, en donde la salida de N representa a cualquier nucleobase (A, T, G, C) mientras que la salida NC a su nucleobase complementaria.

**Table 3.** Valores de las reglas Y/R, K/M y S/W para las nucleobases, sustituyendo los valores de las variables binarias V y F de la tabla 2, por las expresiones 2-4.

<b>Regla</b>	<b>A</b>	<b>G</b>	<b>C</b>	<b>T</b>
Y/R	1	1	-1	-1
K/M	1	-1	1	-1
S/W	1	-1	-1	1

La figura 3 es una representación de las 3 caminatas para las reglas Y/R, K/M y S/W utilizando una secuencia de 16 000 nucleobases.

## 2.2. Relación entre las caminatas de ADN y vectores ortogonales

Utilizando la tabla 4 junto con las expresiones 2-4 para las reglas Y/R, K/M y S/W, se puede encontrar una relación algebraica que relaciona las secuencias de estructura y función con la caminata correspondiente al tipo de enlace.

Para obtener esta relación, primero simplificamos las reglas como se muestra en las ecuaciones 5-7. En donde  $x_m$  representa el valor de la regla Y/R para una nucleobase en la m-ésima posición de la secuencia de ADN. Por lo tanto, los valores de  $x_m$ ,  $y_m$  y  $z_m$  corresponden a las 3 reglas aplicadas a la misma nucleobase:

$$(Y/R)_m = x_m, \tag{5}$$

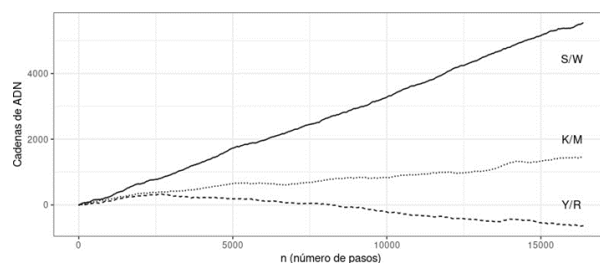
$$(K/M)_m = y_m, \tag{6}$$

$$(S/W)_m = z_m. \tag{7}$$

Extendiendo estos valores a los n nucleobases de la secuencia de ADN, obtenemos los vectores de la ecuación 8. Estos vectores representan los valores binarios de los estados en cada posición de la secuencia:

**Table 4.** Valores de las reglas Y/R, K/M y S/W con sus respectivas caminatas para una secuencia de nucleobases.

	G	C	T	G	T	T	A	A	...
Y/R	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	...
$\sum Y/R$	1	0	-1	0	-1	-2	-1	0	...
K/M	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	...
$\sum K/M$	-1	0	-1	-2	-3	-4	-3	-2	...
S/W	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	...
$\sum S/W$	-1	-2	-1	-2	-1	0	1	2	...



**Fig. 3.** Caminatas de ADN para las reglas Y/R (línea solida), K/M (línea punteada) y S/W (línea discontinua) en donde n representa el número de pasos de la caminata.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Para obtener la caminata correspondiente a la regla S/W, suponemos que las reglas de estructura y función son independientes, es decir, sus vectores correspondientes deben ser ortogonales.

Por lo tanto, utilizamos la operación XOR como la combinación de una compuerta NOT y 2 compuertas AND (multiplicación matricial), como se muestra en la figura 2. Entonces podemos obtener la relación para la caminata de la regla S/W con la ecuación 9:

$$XTY = X \cdot Y = Z, \quad (9)$$

donde el superíndice T implica la transpuesta del vector. Escribiendo de forma matricial la ecuación 9 tenemos:

$$(x_1, x_2, \dots, x_m) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^m (x_i y_i) = \sum_{i=1}^m z_i. \quad (10)$$

También podemos expresar los vectores X y Y como se muestra en las ecuaciones 11-12, sin embargo, desde 1 punto de vista biológico solo es correcta la primera transformación. Lo anterior de justifica debido a que las propiedades fisicoquímicas de estructura y función son fundamentales para la formación del enlace de hidrógeno entre las bases nitrogenadas complementarias. Esta relación implica que el enlace de hidrógeno representa una propiedad emergente necesaria para la estabilidad de la estructura de la doble cadena de ADN.

$$Y^T Z = Y \cdot Z = X, \quad (11)$$

$$X^T Z = X \cdot Z = Y. \quad (12)$$

### 2.3. Representación como álgebra de Clifford

Generalizando las propiedades algebraicas de las reglas Y/R, K/M y S/W, para cada nucleobase en la posición m de la secuencia de ADN se tienen las transformaciones siguientes:

$$x_m y_m = z_m, \quad (13)$$

$$y_m z_m = x_m, \quad (14)$$

$$z_m x_m = y_m, \quad (15)$$

$$x_m^2 = y_m^2 = z_m^2 = 1, \quad (16)$$

$$x_m y_m y_m = 1. \quad (17)$$

Los elementos que conforman este conjunto de ecuaciones forman un álgebra de Clifford (3, 0), debido que, el cuadrado de cada uno de sus elementos es igual a 1 (ecuación 16). Además, utilizando el anticommutador  $\{A, B\} = AB + BA$  para  $x_m, y_m$  y  $z_m$ , se obtienen las siguientes relaciones:

$$\{x_m, x_m\} = \{y_m, y_m\} = \{z_m, z_m\} = 2, \quad (18)$$

$$\{x_m, y_m\} = \{y_m, x_m\} = 2z_m, \quad (19)$$

$$\{y_m, z_m\} = \{z_m, y_m\} = 2x_m, \quad (20)$$

$$\{z_m, x_m\} = \{x_m, z_m\} = 2y_m. \quad (21)$$

Haciendo  $\varepsilon_i = x_m, \varepsilon_j = y_m, \varepsilon_k = z_m$  y  $1/\sqrt{2}$  como factor de normalización obtenemos:

$$\varepsilon_i \varepsilon_j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 1\varepsilon_k & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (22)$$

Aplicando la propiedad de isomorfismo al algebra de Clifford podemos representar las ecuaciones de 5-7 por matrices  $M_{2 \times 2}$  como sigue:

$$x_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$y_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$z_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Para la cadena complementaria (antisentido), es necesario rotar  $180^\circ$  para obtener la regla S/W a partir de las reglas Y/R y K/M. Entonces tenemos las ecuaciones 26-28:

$$x'_m y'_m = z'_m, \quad (26)$$

$$y'_m z'_m = x'_m, \quad (27)$$

$$z'_m x'_m = y'_m, \quad (28)$$

$$(x'_m)^2 = (y'_m)^2 = (z'_m)^2 = 1, \quad (29)$$

$$z'_m y'_m x'_m = -1. \quad (30)$$

Estos elementos también forman un Algebra de Clifford  $(3, 0)$ . Utilizando el anticonmutador y normalizando con la constante  $1/\sqrt{2}$ , obtenemos las siguientes relaciones:

$$\varepsilon'_i \varepsilon'_j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 1\varepsilon'_k & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (31)$$

Ahora las ecuaciones 26-28 se pueden representar en forma matricial, como se muestra en las ecuaciones 32-34:

$$x'_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (32)$$

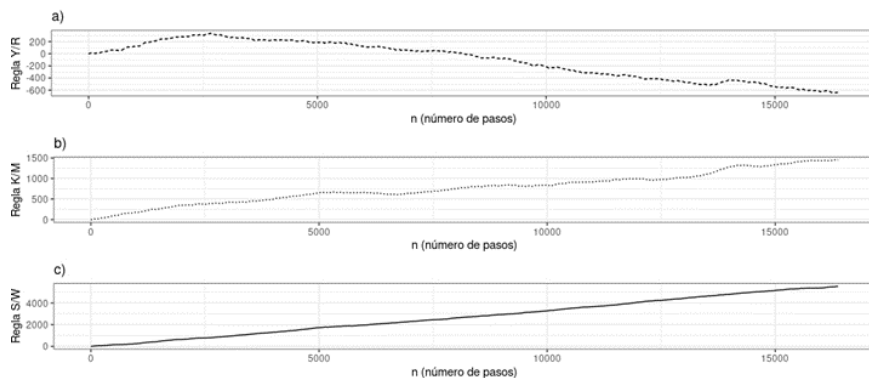
$$y'_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

$$z'_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

### 3. Resultados

#### 3.1. Operadores lógicos y caminatas de ADN

Trabajos previos han estudiado las propiedades fisicoquímicas de las nucleobases a través de sus reglas de estructura, grupo funcional y tipo de enlace como variables independientes. En este estudio se propone un modelo algebraico, que determina la relación entre los estados de las reglas asociadas a las propiedades fisicoquímicas fundamentales (estructura y función). Con estos resultados es posible modelar una caminata de ADN correspondiente al tipo de enlace de hidrógeno, a partir de los estados



**Fig. 4.** Se muestran las caminatas de ADN para las 3 reglas. a) regla Y/R, b) regla K/M, c) regla S/W, para una secuencia de 16 000 bases nitrogenadas.

de las caminatas de estructura y grupo funcional de acuerdo con la ecuación 10 (ver figura 4).

### 3.2. Caminatas de ADN y álgebra de Clifford

Del modelo propuesto surgen propiedades algebraicas entre las reglas asociadas a las propiedades fisicoquímicas. Como se mostró anteriormente, este modelo cumple con un álgebra de Clifford (3, 0) para las representaciones en las cadenas sentido y anti sentido. De lo anterior se llega a las siguientes expresiones:

$$\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$-\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

$$-\xi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (38)$$

donde las matrices  $\pm\xi_1$  pertenece al grupo ortogonal especial SO (2), mientras que  $\pm\xi_2$  al grupo ortogonal O (2).

### 3.3. Representaciones de las propiedades fisicoquímicas del ADN y su relación con las matrices de Pauli

El conjunto  $\xi$  es una representación matricial de las reglas para las nucleobases. Este conjunto de matrices genera un álgebra de Clifford Cl (3, 0), de manera similar a las matrices de Pauli. Esto sugiere que puede haber alguna relación matemática entre las observables de la mecánica cuántica y propiedades fisicoquímicas de las bases nitrogenadas en el ADN de doble cadena.

## 4. Discusión

La molécula de ADN es el resultado de un largo proceso evolutivo de interacciones entre moléculas con diversas estructuras y grupos funcionales. La afinidad molecular entre nucleobases complementarias permitió el auto ensamble a través de enlaces de hidrógeno e incrementó la estabilidad en secuencias antiparalelas. Esto ha favorecido los procesos de almacenamiento de información, transcripción y replicación.

Los estudios realizados sobre el ADN han permitido comprender mejor las interacciones moleculares que permiten la conformación de la doble compuertas lógicas de ADN para modelar procesos biológicos [12, 8, 1, 4, 3]. Así, se han desarrollado nuevas estrategias de modelación y herramientas de análisis de secuencias de ADN.

En este trabajo, se han utilizado operadores lógicos para representar las propiedades fisicoquímicas de las bases nitrogenadas. Esto permite modelar el apareamiento entre las bases de Watson y Crick a través de los estados correspondientes a la regla de enlace de hidrógeno. Así, demostramos por primera vez que el enlace de hidrógeno entre nucleobases complementarias representa una propiedad emergente, que surge como resultado de dos propiedades independientes; estructura y grupo funcional.

También se analizaron de manera conjunta las métricas asociadas a las caminatas de ADN. Lo anterior permitió desarrollar un método para obtener la caminata de la regla S/W a partir de los estados de reglas Y/R y K/M aplicadas a una secuencia de ADN. Esta dependencia se basa en la representación vectorial de las reglas Y/R y K/M, para sus caminatas correspondientes.

Estos vectores deben ser ortogonales y su multiplicación vectorial da como resultado los pasos de la caminata para la regla S/W. La métrica propuesta puede ser representada por un álgebra de Clifford  $Cl(3, 0)$ , de manera similar a las matrices de Pauli. Nuestros resultados sugieren que podría haber una conexión entre el desarrollo de las métricas asociadas a las caminatas de ADN y los fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica.

Lo anterior concuerda con las ideas desarrolladas por Petukov [11], debido a que las matrices obtenidas en este trabajo son simétricas (hermitianas reales) y unitarias. Esta conexión con la mecánica cuántica podría ser útil para el desarrollo de nuevas herramientas en bioinformática y el estudio de las secuencias de ADN.

## 5. Conclusión

El ADN es la molécula compleja más estudiada en los últimos 70 años, la comprensión de su estructura y función resulta de gran importancia para el estudio de los sistemas biológicos. En este contexto la modelación matemática desarrollada en este trabajo puede contribuir a la representación matricial de los estados de las nucleobases dentro de las secuencias de ADN de doble cadena.

Además, los resultados sugieren que el modelo propuesto podría ser utilizado para mejorar los estudios en caminatas de ADN. También, se proporcionan nuevas perspectivas para el desarrollo de herramientas de análisis, basadas en métricas matriciales que cumplen un álgebra de Clifford  $(3, 0)$ . Finalmente, se sugiere que podría existir una conexión entre la métrica propuesta y la representación de estados, de manera similar a la mecánica cuántica.



## Referencias

- 1 Chao, Q., Zhang, Y., Li, Q., Jiao, L., Sun, X., Chen, X., Zhu, L., Yang, Q., Shang, C., Kong, R. M., Fan, G. C., Song, Z. L., Luo, X.: Compute and releaselogic gated DNA cascade circuit for accurate cancer cell imaging. *Analytical Chemistry* vol. 95, no. 19, pp. 7723–7734 (2023) doi: 10.1021/acs.analchem.3c00898
- 2 Corona-Ruiz, M., Hernandez-Cabrera, F., Cantú-González, J. R., González-Amezcu, O., Javier Almaguer, F.: A stochastic phylogenetic algorithm for mitochondrial DNA analysis. *Frontiers in Genetics*, vol. 10 (2019) doi: 10.3389/fgene.2019.00066
- 3 Feng, C., Chen, T., Mao, D., Zhang, F., Tian, B., Zhu, X.: Construction of a ternary complex-based DNA logic nanomachine for a highly accurate imaging analysis of cancer cells. *ACS Sensors*, vol. 5, no. 10, pp. 3116–3123 (2020) doi: 10.1021/acssensors.0c01166
- 4 Gong, H., Dai, Q., Peng, P.: Cell-membrane-anchored DNA logic gated nanoassemblies for in situ extracellular bioimaging. *ACS Applied Materials & Interfaces*, vol. 14, no. 38, pp. 43026–43034 (2022) doi: 10.1021/acsami.2c13735, pMID: 36053489
- 5 Liao, B., Wang, T. M.: New 2D graphical representation of DNA sequences. *Journal of Computational Chemistry*, vol. 25, no. 11, pp. 1364–1368 (2004)
- 6 Liu, X. Q., Dai, Q., Xiu, Z., Wang, T.: PNN-curve: A new 2D graphical representation of DNA sequences and its application. *Journal of Theoretical Biology*, vol. 243, no. 4, pp. 555–561 (2006)
- 7 Nikolajewa, S., Friedel, M., Beyer, A., Wilhelm, T.: The new classification scheme of the genetic code, its early evolution, and tRNA usage. *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*, vol. 4, no. 2, pp. 609–620 (2006)
- 8 Okamoto, A., Tanaka, K., Saito, I.: DNA logic gates. *Journal of the American Chemical Society*, vol. 126, no. 30, pp. 9458–9463 (2004) doi: 10.1021/ja047628k, pMID: 15281839
- 9 Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Sciortino, F., Simons, M., Stanley, H. E.: Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, vol. 356, no. 6365, pp. 168–170 (1992)
- 10 Peng, C.K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E., Goldberger, A. L.: Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review. E, statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, vol. 49, no. 2, pp. 1685–1689 (1994)
- 11 Petoukhov, S., Petukhova, E.: On Genetic Unitary Matrices and Quantum- Algorithmic Genetics. In: Hu, Z., Petoukhov, S., He, M. (eds) *Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II, AIMEE2018 2018, Advances in Intelligent Systems and Computing*, Springer, vol. 902, pp. 103–115 (2019) doi: 10.1007/978-3-030-12082-5\_10
- 12 Rothmund, P., Papadakis, N., Winfree, E.: Algorithmic self-assembly of DNA sierpinski triangles. *PLoS Biology*, vol. 2, no. 12, pp. e424 (2005). doi: 10.1371/journal.pbio.0020424
- 13 Stanley, H. E., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Peng, C. K., Sciortino, F., Simons, M.: Scaling concepts and complex fluids: long-range power-law correlations in DNA. *Journal de Physique Archives*, vol. 3, no. C1, pp. C1–15, C1–25 (1993) doi: 10.1051/jp4:1993102
- 14 Xie, G., Mo, Z.: Three 3D graphical representations of DNA primary sequences based on the classifications of DNA bases and their applications. *Journal of theoretical biology*, vol. 269, no. 1, pp. 123–130 (2011) doi: 10.1016/j.jtbi.2010.10.018h
- 15 Zhang, C. T., Zhang, R., Ou, H. Y.: The Z curve database: a graphic representation of genome sequences. *Bioinformatics*, vol. 19, no. 5, pp. 593–599 (2003)
- 16 Zhang, Y., Liao, B., Ding, K.: On 3dd-curves of DNA sequences. *Molecular Simulation*, vol. 32, no. 1, pp. 29–34 (2006) doi: 10.1080/08927020500517223



## Estudio comparativo de la composición corporal evaluada con DEXA, en pacientes con trasplante renal, pacientes con hemodiálisis, y grupo control de sujetos sanos

M. Jocelyne Piñon-Ruiz<sup>1</sup>, M. Raquel Huerta-Franco<sup>2</sup>,  
Francisco Miguel Vargas-Luna<sup>3</sup>, Evelia Apolinar-Jímenez<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Guanajuato,  
Maestría en Investigación Clínica,  
División de Ciencias de la Salud,  
México

<sup>2</sup> Universidad de Guanajuato,  
Departamento de Ciencias Aplicadas al Trabajo,  
División de Ciencias de la Salud,  
México

<sup>3</sup> Universidad de Guanajuato,  
Departamento de Ingeniería Física,  
División de Ciencias e Ingenierías  
México

<sup>4</sup> Hospital Regional de Alta Especialidad del Bajío,  
Unidad de Metabolismo y Nutrición,  
México

Jocelynepinon.r@hotmail.com

**Resumen.** Los hallazgos clínicos de la Enfermedad Renal Crónica (ERC), como la desnutrición, la fatiga, el sedentarismo, la uremia, y el catabolismo asociado con la diálisis renal modifican la Composición Corporal (CC); causando alteraciones en la Masa Grasa (MG), la Masa Magra (MM), y la Densidad de Mineral Ósea (DMO). A pesar de la reversión de la uremia después de un Trasplante Renal (TR); los medicamentos inmunosupresores, y la poca actividad física, afectan la MM, y aumentan la MG; asociándose con pérdida del injerto renal, y enfermedades cardiovasculares. **Objetivo.** Demostrar si existen diferencias en la CC, entre pacientes con TR, pacientes en Hemodiálisis (HD), y un grupo control de sujetos sanos. **Material y métodos.** La CC con técnica de DEXA (Modelo Hologic Discovery Wi.) se evaluó en 46 pacientes con TR, 47 pacientes en HD, y 32 controles sanos (todos captados en el Hospital Regional de Alta Especialidad del Bajío). **Resultados.** El promedio de la edad fue de  $28.89 \pm 5.76$ ,  $27.39 \pm 5.04$ , y  $29.63 \pm 6.34$  años para los grupos en HD, TR y control, respectivamente. Los pacientes en HD presentaron una MG total de  $14986.67 \pm 6962.72$  g vs  $20105.65 \pm 6504.76$  g del grupo control (**P=0.007**), y  $19066.29 \pm 7948.04$  g el grupo con TR (**P=0.020**). La MG en tronco fue de  $5784.90$  g ( $3631.30-8887.30$ ) vs  $9730.00$  g ( $7936.85-12094.42$ ) del grupo control (**P<0.001**) y de  $8177.05$  g ( $5256.00-12386.87$ ) del grupo con TR (**P=0.018**). El porcentaje de grasa en tronco en el grupo en HD ( $23.012 \pm 9.11$  g) fue menor al compararlos con el grupo control ( $30.36 \pm 7.83$  g) (**P<0.001**) y el grupo con

TR ( $29.38 \pm 9.47$  g) (**P=0.002**). La MM total del grupo con TR fue de  $41000.94 \pm 8029.92$  g vs  $47118.62 \pm 11735.73$  g del grupo control ( $P=0.023$ ). La MM de las piernas fue menor en los pacientes con TR con  $6314.40$  g ( $4835.23-7501.18$ ) vs los  $7990.75$  g ( $5483.95-9360.97$ ) del grupo control ( $P=0.025$ ). El contenido y la DMO total, de los miembros inferiores, y superiores, fueron menores en ambos grupos con ERC comparado con el grupo control. Conclusiones: Es importante la evaluación de la CC mediante métodos válidos y confiables en los pacientes con ERC; principalmente por los cambios producidos en la CC que afectan la evolución de la enfermedad, asociándose a complicaciones cardiovasculares. A pesar, de que la capacidad para el ejercicio físico, y la calidad de vida pudieran mejorar en los pacientes con ERC, la CC, no se acercan a los valores normales de sujetos sanos de la misma edad.

**Palabras clave:** Composición corporal, DEXA, trasplante renal, hemodiálisis.

## **Comparative Study of Body Composition Evaluated with DEXA, in Patients with Kidney Transplant, Patients with Hemodialysis, and Control Group of Healthy Subjects**

**Abstract.** The clinical findings of Chronic Kidney Disease (CKD), such as malnutrition, fatigue, sedentary lifestyle, uremia, and catabolism associated with renal dialysis modify Body Composition (BC); causing alterations in Fat Mass (FM), Lean Mass (MM), and Bone Mineral Density (BMD). Despite the reversal of uremia after Renal Transplantation (KT); immunosuppressive medications and little physical activity affect MM and increase MG; being associated with loss of the kidney graft, and cardiovascular diseases. Aim. Demonstrate whether there are differences in WC between patients with TR, patients on Hemodialysis (HD), and a control group of healthy subjects. Material and methods. CC with DEXA technique (Hologic Discovery Wi. Model) was evaluated in 46 patients with TR, 47 patients on HD, and 32 healthy controls (all recruited at the Regional High Specialty Hospital of Bajío). Results. The average age was  $28.89 \pm 5.76$ ,  $27.39 \pm 5.04$ , and  $29.63 \pm 6.34$  years for the HD, TR, and control groups, respectively. Patients on HD presented a total GM of  $14986.67 \pm 6962.72$  g vs  $20105.65 \pm 6504.76$  g in the control group ( $P=0.007$ ), and  $19066.29 \pm 7948.04$  g in the TR group ( $P=0.020$ ). The GM in the trunk was  $5784.90$  g ( $3631.30-8887.30$ ) vs  $9730.00$  g ( $7936.85-12094.42$ ) in the control group ( $P<0.001$ ) and  $8177.05$  g ( $5256.00-12386.87$ ) in the TR group ( $P=0.018$ ). The percentage of trunk fat in the HD group ( $23.012 \pm 9.11$  g) was lower when compared to the control group ( $30.36 \pm 7.83$  g) ( $P<0.001$ ) and the TR group ( $29.38 \pm 9.47$  g) ( $P=0.002$ ). The total MM of the TR group was  $41000.94 \pm 8029.92$  g vs  $47118.62 \pm 11735.73$  g of the control group ( $P=0.023$ ). The MM of the legs was lower in patients with TR with  $6314.40$  g ( $4835.23-7501.18$ ) vs.  $7990.75$  g ( $5483.95-9360.97$ ) in the control group ( $P=0.025$ ). The content and total BMD of the lower and upper limbs were lower in both groups with CKD compared to the control group. Conclusions: It is important to evaluate CHD using valid and reliable methods in patients with CKD; mainly due to the changes produced in the CHD that affect the evolution of the disease, being associated with cardiovascular complications. Although the capacity for physical exercise and quality of life could improve in patients with CKD, WC are not close to the normal values of healthy subjects of the same age.

**Keywords:** Body composition, DEXA, kidney transplant, hemodialysis.

## **1. Introducción**

La enfermedad renal crónica es una enfermedad con alta mortalidad, discapacidad y con elevados costos para el sistema de salud, las tasas de prevalencia de la ERC están aumentando día con día a nivel mundial (1). En México, se ha reportado una prevalencia de la ERC de 12.2 % y una tasa de 51 defunciones por cada 100 mil habitantes (2). De la misma manera en cuanto al número de trasplantes realizados, el Centro Nacional de Trasplantes (CENATRA) reportó a finales de 2022, un total de 2712 trasplantes renales.

Los hallazgos clínicos de la ERC como la redistribución de la grasa corporal, la disminución del tamaño y el tipo de fibras musculares, el edema intersticial, la desnutrición, la fatiga, el sedentarismo, la uremia, y el catabolismo asociado con la diálisis renal modifican la composición corporal; causando alteraciones en la masa grasa, la masa magra, la densidad y el contenido mineral óseo (3,4).

A pesar de la reversión de la uremia tras un trasplante renal; los medicamentos inmunosupresores, y la inactividad física, siguen alterando la CC; e incluso varios años después de la cirugía, persisten las complicaciones relacionadas con la anemia, y algunas otras se exacerbaban, como la disminución de la masa muscular, y el aumento de peso (5–12).

Lo anterior se asocia con enfermedades cardiovasculares, y una menor supervivencia del paciente y del injerto renal en la población trasplantada (13,14). Investigar la composición corporal de los pacientes con ERC y en tratamientos renales sustitutivos es un tema importante en la medicina de trasplante de órganos, y fundamental para dejar de sobrevalorar esta y así obtener resultados objetivos que ayuden a determinar el verdadero estado físico en comparación con la población sana.

Lo anterior para poder realizar estrategias sobre la promoción, y la prescripción de ejercicio físico ajustado a las necesidades de estos pacientes, y así poder disminuir las pérdidas del injerto, y las comorbilidades asociadas (3,12,15,16). Sin embargo, ningún estudio hasta el momento en México ha analizado estas características, por ello el objetivo del presente estudio observacional, transversal y comparativo, es determinar prospectivamente la composición corporal de los pacientes con trasplante renal, y en hemodiálisis, y señalar cómo estos se relacionan con los resultados de individuos sanos.

Para evaluar mejor este objetivo de investigación, analizamos la composición corporal mediante absorciometría de rayos X de energía dual (DEXA), en receptores de trasplante renal, en pacientes con ERC en hemodiálisis y en un grupo control de voluntarios sanos.

## **2. Materiales y métodos**

**Sujetos:** En este estudio observacional se evaluaron; 47 pacientes con enfermedad renal crónica, sometidos a hemodiálisis periódica, 46 pacientes trasplantados renales adultos estables y 32 voluntarios adultos sanos, a los cuales se les explicó el objetivo del estudio, los procedimientos a realizar, la duración, los beneficios, los riesgos, la voluntariedad de la participación y la confidencialidad, a fin de obtener una firma del consentimiento informado después de la cual fueron evaluados.

El presente trabajo fue aprobado por los Comités de Investigación y Bioética del Hospital Regional de Alta Especialidad del Bajío, y cumple con las normas éticas exigidas en la Declaración de Helsinki para estudios en seres humanos.

En el grupo en hemodiálisis se incluyeron a todos aquellos con un mínimo de 3 meses y máximo de 60 meses de tratamiento de diálisis con una frecuencia de 2 a 3 veces por semana, ya sea por catéter central o fistula arteriovenosa. Estos pacientes se encontraban en una condición de salud estable con niveles séricos de hemoglobina  $>6.3$  mmol/L, con dieta proteica normal y en tratamiento con terapia farmacológica según su protocolo y manejo de comorbilidades.

El grupo de pacientes con trasplante renal tenía un mínimo de 3 meses y un máximo de 24 meses desde la realización del trasplante. Todos los pacientes con TR eran tratados con inmunosupresión de mantenimiento estándar, de acuerdo con los protocolos del hospital donde se realizó la investigación (tacrolimus/ciclosporina combinados con ácido micofenólico y metilprednisolona), con niveles séricos de creatinina y urea no mayores a 2.90 mg./dL. y 160 mg/dL respectivamente.

El grupo control sano, estuvo compuesto por familiares sedentarios de los pacientes con trasplante renal y pacientes en hemodiálisis evaluados en este estudio, para evitar sesgos de nivel socioeconómico y estilo de vida entre los tres grupos.

Todos los pacientes se encontraban bajo vigilancia médica, se excluyeron del estudio a los pacientes con rechazo agudo comprobado con biopsia en los últimos 3 meses previos a la inclusión en el estudio, así como aquellos con algún problema musculoesquelético que impidiera la deambulación independiente por más de 800 metros, déficit cognitivo, amputación de extremidades, hospitalizaciones en el último mes, historia previa de enfermedad arterial coronaria o hemodinámicamente inestables (valores fuera de la normalidad de frecuencia cardíaca y presión arterial), pacientes con diagnóstico de lupus eritematoso sistémico, diabetes mellitus, osteoartritis incapacitante o enfermedades respiratorias graves.

Los datos demográficos/clínicos, las comorbilidades y la información sobre medicamentos se extrajeron de las historias clínicas de los pacientes, y se corroboraron con los médicos responsables.

**Antropometría:** Todos los pacientes se sometieron a una evaluación antropométrica que incluía el peso corporal, la altura y el índice de masa corporal (IMC) utilizando el procedimiento estándar (17). Se registró el peso con precisión de 0.1 kg, en los pacientes en hemodiálisis este se registró dentro de las primeras horas después de la sesión de diálisis, con una balanza digital modelo 767. La estatura se determinó con un estadiómetro anclado a la balanza (con precisión de 0.5 cm). Las mediciones fueron hechas sin calzado y con bata.

**Determinación de la composición corporal:** Se efectuó un análisis de composición corporal mediante absorciometría de rayos X de energía dual (DEXA) de cuerpo completo, mediante el equipo DEXA (Hologic Discovery Wi versión 13.5). Se midió la masa grasa y masa magra total, la masa grasa, porcentaje de grasa y masa libre de grasa del tronco, el porcentaje de masa grasa, masa magra, y la densidad y el contenido mineral óseo total y el T-score. Así mismo, se realizaron esas mediciones mencionadas en miembro inferior como superior. Las mediciones en los pacientes hemodializados se realizaron en las primeras horas después de la sesión de diálisis.

Todos los pacientes usaron bata en la evaluación y permanecieron en la cama DEXA en posición supina durante aproximadamente 5 a 10 minutos para completar la exploración corporal.

Parámetros bioquímicos: Se determinaron los niveles séricos de hemoglobina, creatinina, albúmina, urea, nitrógeno ureico, y electrolitos en todos los participantes. Todos los análisis de sangre se realizaron de acuerdo con los procedimientos estándar del laboratorio del hospital donde se realizó el estudio. La función renal se reporta en todos los pacientes como Tasa de Filtración Glomerular (TFG), usando la fórmula según la CKD-EPI (18).

Análisis estadístico: Las variables descriptivas cualitativas se presentan como frecuencias y porcentajes. Se aplicaron las pruebas de Chi cuadrada para comparar las frecuencias de las variables sociodemográficas y clínicas entre los grupos. Se determinó la distribución normal de los datos a través de la prueba de W de Shapiro Wilk's; las variables cuantitativas con distribución normal se expresaron como media  $\pm$  desviación estándar (DE), las que no presentaron distribución normal como medianas y rangos intercuartílicos.

Las diferencias en las variables continuas con distribución normal entre los tres grupos se compararon mediante el análisis de varianza ANOVA y las pruebas de rango post hoc. Para comparar las variables sin distribución normal entre grupos se utilizó la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis y pares de medianas con la prueba U de Mann-Whitney. Para todas las pruebas anteriores, se consideró significativo un valor de ( $p < 0.05$ ). El análisis estadístico fue realizado con el programa computacional SPSS 25.0 (SPSS Inc., Chicago Illinois).

### **3. Resultados**

Diferencias en las características demográficas y clínicas entre pacientes en HD, con TR, y voluntarios sanos.

En esta investigación participaron 125 personas voluntarias: 47 en el grupo con HD, 46 en el grupo con TR, y 32 en el grupo control sano. Los grupos con TR, HD, y el grupo control se conformaron por un mayor porcentaje de hombres 25 (53.2%), en el grupo de HD, y 25 (54.3%) en el grupo de TR. y 19 (59.4%), en el grupo control, las pruebas de  $X^2$ , no mostraron diferencias significativas entre estas proporciones.

Al comparar el promedio de la edad de los participantes de los tres grupos, no se observaron diferencias significativas, siendo los valores ( $X \pm DE$ ) de:  $28.89 \pm 5.76$  años para el grupo en HD, de  $27.39 \pm 5.04$  años, para el grupo con TR, y  $29.63 \pm 6.34$  años para el grupo control (Tabla 1).

En este estudio se demostró que había un porcentaje significativamente mayor de hipertensos en el grupo de HD 39 (83%) en comparación con el grupo de pacientes con TR 24 (52.25%), ( $p < 0.001$ ). Los resultados en valores de mediana y los rangos intercuartiles para el tiempo desde el inicio de las sesiones de diálisis en el grupo en HD fue de 19 (14-35) meses; para el grupo con TR, el tiempo desde la cirugía fueron de 41 (15.75-49.75) meses.

El tiempo transcurrido desde el diagnóstico de la enfermedad fue significativamente mayor en el grupo de TR siendo de 72 (69-107.25) meses comparados con 30 (16-60) meses en el grupo en HD, respectivamente, ( $p < 0.001$ ) (Tabla 2). Los antecedentes de

la frecuencia de participantes que realizan alguna actividad física fueron significativamente mayor en el grupo control, al compararlo con ambos grupos (TR, HD), ( $p < 0.001$ ); tendencias similares se observaron en la frecuencia de participantes que tenían alguna ocupación laboral, siendo significativamente mayor en el grupo control ( $p < 0.001$ ) comparado con los otros grupos con HD y TR; es importante señalar que entre estos dos últimos no hubo diferencias significativas (Tabla 1).

#### **Resultados de los datos de laboratorio entre pacientes en HD, y pacientes con TR.**

Los pacientes con TR tuvieron niveles significativamente más bajos de creatinina sérica  $< 0.0001$ , urea  $< 0.0001$ , nitrógeno ureico en sangre  $< 0.0001$ , magnesio  $< 0.0001$ , fosforo  $< 0.0001$ , y potasio  $< 0.0001$ . En cuanto a los niveles de la tasa de filtración glomerular, fueron más altos en este grupo  $< 0.0001$ , así como la concentración de hemoglobina  $< 0.0001$  y de calcio  $< 0.0001$  en comparación con los pacientes en HD; sin embargo, los niveles de albúmina fueron similares en ambos grupos  $0.879$ .

#### **Resultados de las características antropométricas y de la composición corporal entre los pacientes en HD, los pacientes con TR y el grupo control de voluntarios sanos.**

En la Tabla 3 se presentan los valores promedio y desviación estándar ( $X \pm DE$ ) para el peso corporal, el cual fue significativamente mayor en el grupo control al compararlo con los dos grupos con HD y TR; siendo los resultados de:  $71.4 \pm 14.32$  kg, para el grupo control; de  $63.23 \pm 13.94$  kg para el grupo en HD, y de  $63.52 \pm 13.54$  kg para el grupo con TR, ( $p = 0.02$ ); los valores de mediana y rangos intercuartílicos del IMC fueron significativamente mayores en el grupo control, con  $26.49$  kg/m<sup>2</sup> (23.7-29.05), comparados con el grupo de pacientes en HD, que fue  $22.9$  kg/m<sup>2</sup> (21.25-26.5) ( $p = 0.016$ ); pero fueron similares a los del grupo de pacientes con TR. Sin embargo, los porcentajes de sobrepeso y obesidad fueron similares al compararlos entre los tres grupos.

En la Tabla 3, también se presentan los resultados en valores promedio y DE ( $X \pm DE$ ) de la masa grasa total (MGT) (Figura 1), la cual fue significativamente menor en el grupo de pacientes en HD ( $14.98 \pm 6.96$  kg) al compararlos con los otros dos grupos, siendo los resultados de:  $19.06 \pm 7.94$  kg para el grupo con TR ( $p = 0.02$ ); y de  $20.1 \pm 6.5$  kg para el grupo control ( $p = 0.007$ ).

Los pacientes con TR tuvieron una masa magra total (MMT) significativamente menor ( $41.0 \pm 8.02$  kg) comparado con el grupo control ( $47.11 \pm 11.73$  kg) ( $p = 0.023$ ).

El porcentaje de grasa total fue significativamente mayor en el grupo con TR ( $30.06\% \pm 8.60$ ) comparado con el grupo en HD ( $24.88\% \pm 8.49$ ) ( $p = 0.01$ ) (Figura 2). En la Tabla 3, también se aprecia que la densidad de mineral ósea (DMO), y el contenido de mineral óseo (CMO) fueron significativamente mayores en el grupo control comparado con los grupos en HD y con el grupo de pacientes con TR ( $p < 0.05$ ).

En las extremidades superiores, la DMO fue significativamente menor en ambos grupos con HD y TR, siendo los valores de:  $0.71 \pm 0.08$  g/cm<sup>2</sup> para el grupo con HD ( $p < 0.001$ ); y de  $0.72 \pm 0.08$  g/cm<sup>2</sup> para el grupo de pacientes con TR, respectivamente, ( $p < 0.001$ ), al compararlos con los valores del grupo control sano de  $0.78 \pm 0.08$  g/cm<sup>2</sup>.



**Tabla 1.** Diferencias en las características demográficas y clínicas entre los pacientes en HD, pacientes con TR, y el grupo control de sujetos sanos.

	<b>Hemodiálisis (HD) N=47</b>	<b>Trasplante renal (TR) N=46</b>	<b>Control-sano N=32</b>	<i>p</i>
<i>Edad (años)</i>	28.89 ± 5.76	27.39 ± 5.04	29.63 ± 6.34	0.202
<i>Sexo</i>				
-Hombre	25 (53.2%)	25 (54.3%)	19 (59.4%)	0.85
-Mujer	22 (46.8%)	21 (45.7%)	13 (40.6%)	
<i>Ocupación laboral</i>	19 (40.4%)	28 (60.90%)	29 (90.6%) <sup>a</sup>	<b>&lt;0.001</b>
<i>Actividad física</i>	3 (6.4 %)	3 (6.5%)	14 (43.8%) <sup>b,c</sup>	<b>&lt;0.001</b>
<i>Dieta</i>	5 (10.6%)	8 (17.4%)	1 (3.1%)	0.143
<i>Hipertensión</i>	39 (83%)	24 (52.25%)	-	<b>0.002</b>
<i>Etiología de la ERC</i>				
-Hipoplasia renal	16 (34.0%)	28 (60.9%)		
-Idiopática	23 (48.9%)	12 (26.1%)	-	0.122
-Otras	8 (17.1%)	6 (13%)		
<i>Tiempo desde el diagnóstico de la ERC</i>				
(meses)	30 (16-60)	72 (69-107.25)	-	<b>&lt;0.001</b>
<i>Tiempo con el TR o HD</i>				
(meses)	19 (14-35)	41 (15.75-49.75)	-	<b>0.016</b>
<i>Tipo de donador</i>				
-Fallecido	-	18 (39.13%)		

-Vivo	28 (60.87%)
<i>Acceso vascular (HD)</i>	
-FAVI	15 (31.9%)
-Catéter Niagara	5 (10.6%)
-Catéter Mahurkar	7 (14.9%)
-Permacath	20 (42.6%)

Además, los valores de mediana y rango intercuartil para el CMO en los miembros superiores de los pacientes con TR, fue significativamente menor con 0.13 (0.11-0.16) kg comparado con el grupo control sano, con valores de 0.16 (0.13-0.2) kg ( $p = 0.04$ ). En cuanto a la masa grasa, masa magra y % total de grasa en brazos no hubo diferencias significativas entre grupos.

En las extremidades inferiores la MM del grupo con TR fue significativamente menor 6.31 (4.83-7.5) kg comparada con la del grupo control de 7.99 (5.48-9.36) kg ( $p=0.025$ ) (Figura III). La DMO fue significativamente mayor en el grupo control con 1.19 (1.01-1.32) g/cm<sup>2</sup>, comparado con el grupo en HD de 1.00 (0.92-1.12) g/cm<sup>2</sup> ( $p=0.006$ ) y el grupo con TR con 1.19 (1.01-1.32) g/cm<sup>2</sup> ( $p=0.018$ ). El CMO fue también significativamente mayor en el grupo control con 0.32 (0.27-0.39) kg al compararlo con el grupo con TR con 0.45 (0.31-0.51) kg, ( $p=0.006$ ) y el grupo en HD con 0.33 (0.28-0.39) kg ( $p<0.001$ ).

La MG en el tronco fue significativamente menor en el grupo de pacientes en HD 5.78 (3.63-8.88) kg, al compararla con la MG del grupo con TR 8.17 (5.25-12.38) kg, ( $p=0.018$ ), y la del grupo control sano 9.73 (7.93-12.09) kg ( $p<0.001$ ). Los resultados del CMO y el % total de grasa en tronco en el grupo control presentó los resultados más altos al compararlos con los de los grupos de pacientes con HD y TR (Tabla 4).

#### 4. Discusión

El objetivo principal de esta investigación de tipo observacional con diseño comparativo, fue evaluar las diferencias en la composición corporal entre pacientes con trasplante renal, pacientes con tratamiento de Hemodiálisis, y un Grupo Control de voluntarios sanos. Demostrándose que los pacientes con HD presentaron, una Masa Grasa (MG) corporal total, MG a nivel del tronco, y Porcentaje Total de Peso Graso (%PG) en el tronco, significativamente menores al de los voluntarios del GC y el grupo con TR.

La MM total, ya que de los miembros inferiores fueron significativamente menores en los pacientes con TR al compararlos con las del grupo control sano. Al observar los resultados del contenido, y densidad mineral ósea corporal total, así como la de los

**Tabla 2.** Diferencias en las características bioquímicas entre pacientes en HD, y pacientes con TR.

	<b>Hemodiálisis (HD)N= (47)</b>	<b>Trasplante renal (TR) N= (46)</b>	<b>p</b>
Nitrógeno ureico (BUN)(mg/dL)	63 (51.0-77.0)	22 (18.0-31.0)	<b>&lt;0.0001</b>
Urea (mg/dL)	134.80 (109.10-159.45)	47.10 (38.50-62.10)	<b>&lt;0.0001</b>
Creatinina (mg/dL)	12.40 (9.30-16.50)	1.6 (1.20-1.90)	<b>&lt;0.0001</b>
Hemoglobina (g/dL)	10.53 ± 1.85	13.35 ± 3.04	<b>&lt;0.0001</b>
Albumina (g/dL)	4.3 (3.95-4.50)	4.30 (4.20-4.60)	0.879
Magnesio (mg/dL)	2.4 (2.10-2.85)	2 (1.70-2.20)	<b>&lt;0.0001</b>
Fosforo (mg/dL)	5.9 (5.05-7.50)	3.90 (3.40-4.20)	<b>&lt;0.0001</b>
Potasio (mmol/L)	5.60 (4.70-6.10)	4.5 (4.30-4.80)	<b>&lt;0.0001</b>

miembros inferiores, y superiores, estos valores fueron menores en los pacientes con ERC.

También se demostró, que el porcentaje corporal total de masa grasa fue significativamente mayor en el grupo con TR, comparado con el grupo en HD. Estos resultados fueron similares a los encontrados por otros investigadores quienes evaluaron los cambios en la CC, de los pacientes con TR; aunque esta fue evaluada por bioimpedancia (19,20).

Dienemann et al., en un estudio longitudinal de 24 meses, en el que se evaluó la CC de pacientes receptores de TR, y controles sanos; cuya edad promedio, y rangos fueron de 46 (20-60) años, y 39 (21-60) años, respectivamente. Los investigadores reportaron un aumento significativo en el peso corporal (86,7 (48,4 - 135,3) kg vs 74,7 (41,5 - 123,5) kg), el IMC (28,4 (17,6 - 45,6) vs 25,5 (15,5 - 45,0)), y la masa grasa total así, como una disminución en la masa magra de las extremidades superiores e inferiores en los pacientes con TR.

También se destacó que la obesidad se presentó en el 45% de los pacientes a los 24 meses de seguimiento (21). En nuestra investigación, el tiempo que transcurrió desde la fecha de la cirugía en nuestros pacientes con TR fue de 41 meses.

La prevalencia de sobrepeso y obesidad [determinadas con el IMC (kg/m<sup>2</sup>) de los trasplantados renales] fue del 36.9%, cifras que fueron similares a lo reportado por el estudio citado previamente (21).

Sin embargo, en esta investigación, no se demostraron diferencias significativas en la MG, entre los pacientes con TR y el GC; esto puede deberse a la alta prevalencia de sobrepeso y obesidad en los sujetos del grupo control de este estudio, que fue del 50%; a pesar de estas diferencias, las cantidades de masa grasa total fueron muy similares entre estos dos grupos, coincidiendo con la teoría de otros estudios, en la cual se ha atribuido la ganancia de peso corporal en los pacientes con TR a expensas del crecimiento del tejido adiposo (22).

**Tabla 3.** Diferencias en las características antropométricas y en la composición corporal entre pacientes en HD, pacientes con TR y voluntarios sanos.

	<b>Hemodiálisis (HD) N= (47</b>	<b>Trasplante renal (TR) N= (46)</b>	<b>Control- sano N= (32)</b>	<b>p</b>
Peso (kg)	63.23 ± 13.94	63.52 ± 13.54	71.4 ±14.32 <sup>a,b</sup>	<b>0.020</b>
Altura (cm)	161.67± 8.40	159.54 ± 9.04	163.5 ± 10.8	0.172
IMC (kg/m <sup>2</sup> )	22.9 (21.25- 26.5)	23.1 (21.25- 23.1)	26.49 (23.7- 29.05) <sup>c</sup>	<b>0.016</b>
Obesidad/sobrepeso	16 (34%)	17 (36.9%)	16 (50%)	0.335
Masa grasa total (g)	14986.67 ±6962.72 <sup>d,e</sup>	19066.29± 7948.04	20105.65 ±6504.76	<b>0.004</b>
Masa magra total (g)	43929.72 ± 10327.43	41000.94 ±8029.92 <sup>f</sup>	47118.62 ± 11735.73	<b>0.031</b>
Densidad mineral ósea total (BMD) (g/cm <sup>2</sup> )	0.99 ±0.10	1.01± 0.10	1.12 ± 0.10 <sup>g,h</sup>	<b>&lt;0.001</b>
Contenido mineral óseo total (BMC) (g)	1831.29 ± 383.39	1864.72 ± 372.53	2234.74 ± 495.32 <sup>g,h</sup>	<b>&lt;0.001</b>
% total de grasa	24.88 ±8.49 <sup>i</sup>	30.06 ± 8.60	29.24 ±8.53	<b>&lt;0.011</b>
T score	-1.60 ± 1.27	-1.32 ± 1.2	-0.96 ± 0.95 <sup>j,k</sup>	<b>&lt;0.001</b>

En otros estudios se ha encontrado una disminución de la masa magra (principalmente debida a la pérdida de la masa muscular de las piernas); demostrando que en miembros inferiores hay una pérdida de la masa muscular en aproximadamente el 10%, comparado con los controles sanos. Observándose también un aumento de la MG del tronco en los pacientes receptores de TR tratados con ciclosporina (23–25).

Los resultados de nuestra investigación coinciden con los resultados de estudios citados previamente, demostrando una menor MM en miembros inferiores de pacientes con TR, al compararlos con sujetos sanos, siendo un 20.9% inferior para los primeros, coincidiendo con ello en nuestro estudio el 70% de los pacientes eran tratados con ciclosporina por lo que no se puede excluir que la terapia inmunosupresora en pacientes

**Tabla 4.** Diferencias en la composición corporal de miembro superior entre pacientes en HD, pacientes con TR y voluntarios sanos.

	<b>Hemodiálisis (HD)N= (47)</b>	<b>Trasplante renal (TR) N= (46)</b>	<b>Control-sanoN= (32)</b>	<b>p</b>
Masa grasa brazos (g)	1021.95 (629.40- 1615.45)	1247.30 (838.55- 1874.43)	1334.55(690.40- 1625.56)	0.222
Masa magra brazos (g)	2831.55 (1856.70- 3632.15)	2600.95(1896.00- 3201.78)	3062.67(1984.25- 3754.46)	0.272
Densidad mineral ósea brazos (BMD) (g/cm <sup>2</sup> )	0.71 ± 0.08	0.72 ± 0.08	0.78 ± 0.08 <sup>a,b</sup>	<b>&lt;0.001</b>
Contenido mineral óseo brazos (BMC) (g)	142.14 (118.27- 178.37)	138.23 (117.38- 168.41)	160.96 (133.03- 206.41)	<b>0.03</b>
% total de grasabrazos	27.52 ± 11.21	<sup>c</sup> 32.42 ±11.64	30.12 ± 12.21	0.132

Nota: análisis posthoc Bonferroni, comparación entre parejas <sup>a</sup>,p=0.001 vs HD; <sup>b</sup>,p=0.001 vs TR; <sup>c</sup>,p=0.046 vs sano.

**Tabla 5.** Diferencias en la composición corporal de miembro inferior entre pacientes en HD, pacientes con TR y voluntarios sanos.

	<b>Hemodiálisis (HD) N= (47)</b>	<b>Trasplante renal (TR) N= (46)</b>	<b>Control-sano N= (32)</b>	<b>p</b>
Masa grasa piernas (g)	2294.00 (1792.30- 3662.25)	2904.70(2252.25- 3842.42)	3008.32(1939.56- 3748.67)	0.285
Masa magra piernas(g)	6766.40 (5043.40- 8141.45)	6314.40(4835.23- 7501.18) <sup>a</sup>	7990.75(5483.95- 9360.97)	0.031
Densidad mineral ósea piernas (BMD) (g/cm <sup>2</sup> )	1.00 (0.92-1.12)	1.02 (0.96-1.12)	1.19 (1.01-1.32) <sup>b,c</sup>	<b>&lt;0.001</b>
Contenido mineral óseo piernas (BMC) (g)	329.15 (274.62- 393.39)	337.49 (286.09- 391.10)	453.63 (317.66- 513.93) <sup>d,e</sup>	0.004
% total de grasa piernas	26.40 (19.05- 34.50)	31.20 (23.90- 42.50)	26.10 (19.50- 39.10)	0.080

Nota: análisis posthoc Bonferroni, comparación entre parejas <sup>a</sup>,p=0.025 vs sano; <sup>b</sup>,p=0.006 vs

con TR pueda tener un efecto sobre la composición corporal y la distribución de la grasa corporal.

En cuanto a la MG total, en la mayoría de los estudios observacionales de corte transversal, no se han reportado diferencias significativas cuando se comparan los resultados con los del GC de sujetos sanos (26). Sin embargo, en estudios longitudinales se demostró un aumento en la MG durante el seguimiento a largo plazo (24,25,27,28). Los resultados de esta investigación coinciden con estos reportes para una mayor cantidad de MG en los pacientes con ERC.

Esto puede deberse a que se ha documentado que la MG aumenta durante los primeros tres años de diálisis, y en los primeros dos años posteriores al TR, posteriormente el valor disminuye, alcanzando una meseta. La falta de una diferencia en la MG de pacientes y controles de esta investigación puede estar asociada con el tiempo de evolución del TR; ya que los pacientes se encontraban en un periodo decreciente después del tiempo en el que normalmente se observa un aumento de la MG (29,30).

La DMO reportada en la literatura en pacientes con TR, y en HD coincide con nuestros resultados, demostrando diferencias significativas en los grupos con HD y TR comparados con el grupo control sano. En este estudio también destaca la menor DMO en los brazos de los pacientes con ERC, dato similar a los resultados de otros estudios (29). Lo anterior puede deberse a una disminución de la masa magra, el consumo de inhibidores de la calcineurina por tiempo prolongado en los pacientes con TR, y la inactividad física (31–33).

Es difícil la comparación con las distintas cohortes de los estudios mencionados, ya que la mayoría de los estudios se realizaron en países de Europa o Asia, en los que el IMC basal medio fue notablemente más bajo en comparación con los pacientes con TR de México (34–36). Además, la población mexicana de pacientes en HD, y con TR, tienen una edad promedio mucho menor que la media de los estudios previos (50 años), por lo que la baja masa magra, de los pacientes estudiados de otros países, también se pudiera atribuir al envejecimiento del sujeto (37,38); relacionándose con una CC en la que predomina el aumento de la masa grasa, y disminuye la masa magra (39–41).

Sin embargo, es de interés que los pacientes con ERC (en HD o con TR) estudiados en el presente eran pacientes adultos jóvenes; en los que se esperaba que su capacidad física estuviera en su pico máximo; a pesar de ello, presentaron resultados inferiores incluso en comparación con la población enferma de mayor edad de otros países (34–36).

Otro factor importante a considerar, para explicar las diferencias en los resultados de la CC de los pacientes con ERC de este estudio; es el tiempo postrasplante renal, ya que la mayoría de los reportes de la literatura previa describen un tiempo postrasplante cercano a un año, lo que podría ser una posible explicación a los valores inferiores obtenidos en el IMC, el contenido graso, y la masa magra. Ya que conforme avanza el consumo de inmunosupresores mayores complicaciones metabólicas se producen, fomentando el depósito visceral de las grasas ingeridas, la pérdida ósea acelerada, y la pérdida de masa muscular.

Nuestro estudio tiene algunas limitaciones en primer lugar la susceptibilidad al sesgo de selección, ya que solo incluimos a pacientes sin discapacidades físicas graves, pérdidas previas del injerto, hospitalizaciones previas, o comorbilidades como diabetes, en esta población la CC seguramente hubiera reportado mayores alteraciones, por lo

**Tabla 6.** Diferencias en la composición corporal del tronco entre pacientes en HD, pacientes con TR y voluntarios sanos.

	Hemodiálisis (HD)N= (47)	Trasplante renal(TR) N= (46)	Control- sanoN= (32)	p
Masa grasa en tronco	5784.90 (3631.30-	8177.05	9730.00	<0.001
(g)	8887.30) <sup>a,b</sup>	(5256.00-	(7936.85-	
		12386.87)	12094.42)	
Masa magra en tronco	21701.20	19101.65	23420.20	0.075
(g)	(17357.80-	(16928.70-	(16558.72-	
	25401.80)	23152.65)	26406.77)	
Contenido mineral			581.79 ±	<0.001
óseo tronco (BMC) (g)	442.72 ± 106.23	448.89 ±106.77	137.45 <sup>c,d</sup>	
% total de grasa en tronco	23.012 ±9.11 <sup>f,g</sup>	29.38 ±9.47	30.36 ± 7.83	<0.001

que se podría estar sobrestimando la CC con nuestros resultados. En segundo lugar, la falta de muestreo aleatorio, y de participación multicéntrica, es un problema que resulta en la disminución de la capacidad de generalizar los resultados.

En tercer lugar, el diseño transversal, limita algunas de nuestras conclusiones, por lo que se proponen nuevos estudios en los que se realicen mediciones longitudinales. Sin embargo, destacamos que es el primer estudio comparativo de pacientes con HD y TR en México; utilizando además la herramienta más válida para la medición de nuestras variables, por lo que se espera que este estudio sea un parteaguas para realizar mayor investigación en este tipo de población.

## 5. Conclusiones

Este estudio muestra que los pacientes trasplantados renales y en hemodiálisis, tienen diferencias importantes en la composición corporal (mayor masa grasa, menor masa muscular total, y en extremidades inferiores, menor densidad y contenido mineral óseo), al compararlos con los sujetos sanos de la misma edad. Sorprendentemente la masa magra, de los pacientes con TR se acerca más a la de los pacientes hemodializados, que a la de los voluntarios sanos, contrario a lo que se pensaría por la presencia del nuevo órgano.

Por lo que, estos resultados demuestran la necesidad de efectuar mayor investigación en relación a la evaluación del estado de capacidad física integral de los pacientes con ERC, con el fin de diseñar estrategias de salud novedosas en las que se diseñen programas de ejercicio físico para la población de pacientes con ERC, con la idea de prevenir la aparición de problemas musculoesqueléticos, la sarcopenia, y el exceso de masa grasa que predisponen a los pacientes a desarrollar comorbilidades como diabetes

o enfermedades cardiovasculares; todos estos problemas generalmente pasan desapercibidos por el personal de salud.

Por lo que es necesario el trabajo multidisciplinario de médicos, fisioterapeutas, profesores de educación física, nutriólogos y psicólogos para el tratamiento integral de estos pacientes.

## Referencias

1. Hill, N. R., Fatoba, S. T., Oke, J. L., Hirst, J. A., O'Callaghan, C. A., Lasserson, D. S., Hobbs, F. D.: Global prevalence of chronic kidney disease - A systematic review and meta-analysis. *PLoS ONE*, vol. 11, no. 7 (2016) doi: 10.1371/journal.pone.0158765
2. James, S. L., Abate, D., Abate, K. H., Abay, S. M., Abbafati, C., Abbasi, N., Abbastabar, H., Abd-Allah, F., Abdela, J., Abdelalim, A., Abdollahpour, I., Abdulkader, R. S., Abebe, Z., Abera, S. F., Abil, O. Z., Abraha, H. N., Abu-Raddad, L. J., Abu-Rmeileh, N. M., Accrombessi, M. M., Acharya, D., Acharya, P.: Global, regional, and national incidence, prevalence, and years lived with disability for 354 diseases and Injuries for 195 countries and territories, 1990-2017: A systematic analysis for the Global Burden of Disease Study 2017. *The Lancet*, vol. 392, no. 10159, pp. 1789–1858 (2018) doi: 10.1016/S0140-6736(18)32279-7
3. Oterdoom, L. H., Ree, R. M., Vries, A. P., Gansevoort, R. T., Schouten, J. P., van-Son, W. J., Heide, J. J. H., Navis, G., Jong, P. E., Gans, R. O., Bakker, S. J.: Urinary creatinine excretion reflecting muscle mass is a predictor of mortality and graft loss in renal transplant recipients. *Transplantation*, vol. 86, no. 3, pp. 391–398 (2008) doi: 10.1097/tp.0b013e3181788aea
4. Topp, K. S., Painter, P. L., Walcott, S., Krasnoff, J. B., Adey, D., Sakkas, G. K., Taylor, J., McCormick, K., TeNyenhuis, M., Iofina, M., Tomlanovich, S., Stock, P.: Alterations in skeletal muscle structure are minimized with steroid withdrawal after renal transplantation. *Transplantation*, vol. 76, no. 4, pp. 667–673 (2003) doi: 10.1097/01.tp.0000076096.45542.1b
5. Chen, G., Gao, L., Li, X.: Effects of exercise training on cardiovascular risk factors in kidney transplant recipients: a systematic review and meta-analysis. *Renal Failure*, vol. 41, no. 1, pp. 408–418 (2019) doi: 10.1080/0886022x.2019.1611602
6. Hernández-Sánchez, S.: Physical exercise and fitness in adults kidney transplant recipients. Ph. D. Thesis, Universidad de Granada (2016)
7. Moreau, K., Desseix, A., Germain, C., Barthe, N., Bachelet, T., Morel, D., Merville, P., Couzi, L., Thiebaut, R., Chauveau, P.: Body composition in 98 patients awaiting kidney transplantation. *Nutrition*, vol. 30, no. 2, pp. 186–191 (2014) doi: 10.1016/j.nut.2013.07.018
8. Dontje, M. L., Greef, M. H. G., Krijnen, W. P., Corpeleijn, E., Kok, T., Bakker, S. J., Stolk, R. P., Schans, C. P.: Longitudinal measurement of physical activity following kidney transplantation. *Clinical Transplantation*, vol. 28, no. 4, pp. 394–402 (2014) doi: 10.1111/ctr.12325
9. Chan, W., Chin, S. H., Whittaker, A. C., Jones, D., Kaur, O., Bosch, J. A., Borrows, R.: The associations of muscle strength, muscle mass, and adiposity with clinical outcomes and quality of life in prevalent kidney transplant recipients. *Journal of Renal Nutrition*, vol. 29, no. 6, pp. 536–547 (2019) doi: 10.1053/j.jrn.2019.06.009
10. Hartmann, E. L., Kitzman, D., Rocco, M., Leng, X., Klepin, H., Gordon, M., Rejeski, J., Berry, M., Kritchevsky, S.: Physical function in older candidates for renal transplantation: an impaired population. *Clinical Journal of the American Society of Nephrology*, vol. 4, no. 3, pp. 588–594 (2009) doi: 10.2215/cjn.03860808



11. Takahashi, A., Hu, S. L., Bostom, A.: Physical activity in kidney transplant recipients: A review. *American Journal of Kidney Diseases*, vol. 72, no. 3, pp. 433–443 (2018) doi: 10.1053/j.ajkd.2017.12.005
12. Yang, D., Robinson, L., Selinski, C., Bajakian, T., Mejia, C., Harhay, M. N.: Physical function in kidney transplantation: current knowledge and future directions. *Current Transplantation Reports*, vol. 7, no. 2, pp. 46–55 (2020) doi: 10.1007/s40472-020-00271-5.
13. Purnell, T. S., Auguste, P., Crews, D. C., Lamprea-Montealegre, J., Olufade, T., Greer, R., Ephraim, P., Sheu, J., Kostecki, D., Powe, N. R., Rabb, H., Jaar, B., Boulware, L. E.: Comparison of life participation activities among adults treated by hemodialysis, peritoneal dialysis, and kidney transplantation: A systematic review. *American Journal of Kidney Diseases*, vol. 62, no. 5, pp. 953–973 (2013) doi: 10.1053/j.ajkd.2013.03.022
14. Bellizzi, V., Cupisti, A., Capitanini, A., Calella, P., D'Alessandro, C.: Physical activity and renal transplantation. *Kidney and Blood Pressure Research*, vol. 39, no. 2–3, pp. 212–219 (2014) doi: 10.1159/000355799
15. Painter, P., Roshanravan, B.: The association of physical activity and physical function with clinical outcomes in adults with chronic kidney disease. *Current Opinion in Nephrology and Hypertension*, vol. 22, no. 6, pp. 615–623 (2013) doi: 10.1097/mnh.0b013e328365b43a.
16. Universidad Autónoma de Yucatán Facultad de Medicina: Manual de procedimientos para la toma de medidas y valoraciones clínicas, antropométricas, de flexibilidad y movimiento en el adulto mayor. Secretaría de Salud (2002)
17. Cockcroft, D. W., Gault, H.: Prediction of creatinine clearance from serum creatinine. *Nephron*, vol. 16, no. 1, pp. 31–41 (1976) doi: 10.1159/000180580
18. Haggan, W. E., Ligny, B. H., Partiu, A., Sabatier, J., Lobbedez, T., Levaltier, B., Ryckelynck, J.: The evolution of weight and body composition in renal transplant recipients: two-year longitudinal study. *Transplantation Proceedings*, vol. 38, no. 10, pp. 3517–3519 (2006) doi: 10.1016/j.transproceed.2006.10.121
19. Souza, G. C., Costa, C., Scalco, R., Gonçalves, L. F., Manfro, R. C.: Serum leptin, insulin resistance, and body fat after renal transplantation. *Journal of Renal Nutrition*, vol. 18, no. 6, pp. 479–488 (2008) doi: 10.1053/j.jrn.2008.05.008
20. Dienemann, T., Ziolkowski, S. L., Bender, S., Goral, S., Long, J., Baker, J. F., Shults, J., Zemel, B. S., Reese, P. P., Wilson, F. P., Leonard, M. B.: Changes in body composition, muscle strength, and fat distribution following kidney transplantation. *American Journal of Kidney Diseases*, vol. 78, no. 6, pp. 816–825 (2021) doi: 10.1053/j.ajkd.2020.11.032
21. Armstrong, K. A., Campbell, S. B., Hawley, C. M., Johnson, D. W., Isbel, N. M.: Impact of obesity on renal transplant outcomes. *Nephrology*, vol. 10, no. 4, pp. 405–413 (2005) doi: 10.1111/j.1440-1797.2005.00406.x
22. Mathieu, R. L., Casez, J. P., Jaeger, P., Montandon, A., Peheim, E., Horber, F. F.: Altered body composition and fuel metabolism in stable kidney transplant patients on immuno suppressive monotherapy with cyclosporine A. *European Journal of Clinical Investigation*, vol. 24, no. 3, pp. 195–200 (1994) doi: 10.1111/j.1365-2362.1994.tb00988.x
23. Steiger, U., Lippuner, K., Jensen, E. X., Montandon, A., Jaeger, P., Horber, F. F.: Body composition and fuel metabolism after kidney grafting. *European Journal of Clinical Investigation*, vol. 25, no. 11, pp. 809–816 (1995) doi: 10.1111/j.1365-2362.1995.tb01689.x
24. Lippuner, K., Casez, J., Horber, F. F., Jaeger, P.: Effects of deflazacort versus prednisone on bone mass, body composition, and lipid profile: A randomized, double blind study in kidney transplant patients. *The Journal of Clinical Endocrinology and Metabolism*, vol. 83, no. 11, pp. 3795–3802 (1998) doi: 10.1210/jcem.83.11.5235

25. Macdonald, J. H., Phanish, M. K., Marcora, S. M., Jibani, M., Bloodworth, L. L., Holly, J. M., Lemmey, A. B.: Muscle insulin-like growth factor status, body composition, and functional capacity in hemodialysis patients. *Journal of Renal Nutrition*, vol. 14, no. 4, pp. 248–252 (2004) doi: 10.1016/j.jrn.2004.08.001
26. Mingrone, G., Benedetti, G., Capristo, E., Gaetano, A. D., Greco, A., Tataranni, P., Gasbarrini, G.: Twenty-four-hour energy balance in Crohn disease patients: metabolic implications of steroid treatment. *The American Journal of Clinical Nutrition*, vol. 67, no. 1, pp. 118–123 (1998) doi: 10.1093/ajcn/67.1.118
27. Han, S. S., Hwang, J. H., Oh, Y. J., Cha, R., Ahn, C., Kim, Y. S.: Change in body compositions of asian recipients after kidney transplantation. *Journal of Korean Medical Science*, vol. 27, no. 10 (2012) doi: 10.3346/jkms.2012.27.10.1182
28. Kang, S. H., Kim, A. Y., Kim, J. C., Do, J. Y.: Comparison of body composition, strength, and physical performance measurements between healthy participants and hemodialysis patients. *International Journal of General Medicine*, vol. 14, pp. 7173–7179 (2021) doi: 10.2147/ijgm.s336082
29. Ishimura, E., Okuno, S., Marukawa, T., Katoh, Y., Hiranaka, T., Yamakawa, T., Morii, H., Kim, M., Matsumoto, N., Shoji, T., Inaba, M., Nakatani, T., Nishizawa, Y.: Body fat mass in hemodialysis patients. *American Journal of Kidney Diseases*, vol. 41, no. 3, pp. S137–S141 (2003) doi: 10.1053/ajkd.2003.50103
30. Torres, A., Lorenzo, V., Salido, E.: Calcium metabolism and skeletal problems after transplantation. *Journal of the American Society of Nephrology*, vol. 13, no. 2, pp. 551–558 (2002) doi: 10.1681/asn.v132551
31. Weisinger, J. R., Carlini, R. A., Rojas, E., Bellorin-Font, E.: Bone disease after renal transplantation. *Clinical Journal of the American Society of Nephrology*, vol. 1, no. 6, pp. 1300–1313 (2006) doi: 10.2215/cjn.01510506
32. Almond, M., Kwan, J., Evans, K., Cunningham, J.: Loss of regional bone mineral density in the first 12 months following renal transplantation. *Nephron*, vol. 66, no. 1, pp. 52–57 (1994) doi: 10.1159/000187765
33. Painter, P. L., Hector, L., Ray, K., Lynes, L., Dibble, S., Paul, S. M., Tomlanovich, S. L., Ascher, N. L.: A randomized trial of exercise training after renal transplantation. *Transplantation*, vol. 74, no. 1, pp. 42–48 (2002) doi: 10.1097/00007890-200207150-00008
34. Habedank, D., Kung, T., Karhausen, T., Haehling, S. V., Doehner, W., Schefold, J. C., Hasper, D., Reinke, S., Anker, S. D., Reinke, P.: Exercise capacity and body composition in living-donor renal transplant recipients over time. *Nephrology Dialysis Transplantation*, vol. 24, no. 12, pp. 3854–3860 (2009) doi: 10.1093/ndt/gfp433
35. Workeneh, B., Moore, L. W., Fong, J. V. N., Shypailo, R., Gaber, A. O., Mitch, W. E.: Successful kidney transplantation is associated with weight gain from truncal obesity and insulin resistance. *Journal of Renal Nutrition*, vol. 29, no. 6, pp. 548–555 (2019) doi: 10.1053/j.jrn.2019.01.009
36. Faulkner, J. A., Larkin, L. M., Claflin, D. R., Brooks, S. V.: Age-related changes in the structure and function of skeletal muscles. *Clinical and Experimental Pharmacology and Physiology*, vol. 34, no. 11, pp. 1091–1096 (2007) doi: 10.1111/j.1440-1681.2007.04752.x
37. Kalyani, R. R., Corriere, M., Ferrucci, L.: Age-related and disease-related muscle loss: the effect of diabetes, obesity, and other diseases. *The Lancet Diabetes & Endocrinology*, vol. 2, no. 10, pp. 819–829 (2014) doi: 10.1016/s2213-8587(14)70034-8
38. Lee, J. E., Jo, I. Y., Lee, S., Kim, W., Choi, H. Y., Ha, S. K., Kim, H. J., Park, H. C.: Comparison of hydration and nutritional status between young and elderly hemodialysis patients through bioimpedance analysis. *Clinical Interventions in Aging* (2015) doi: 10.2147/cia.s86229

39. Marcelli, D., Usvyat, L. A., Kotanko, P., Bayh, I., Canaud, B., Etter, M., Gatti, E., Grassmann, A., Wang, Y., Marelli, C., Scatizzi, L., Stopper, A., Sande, F. M. V. D., Kooman, J.: Body composition and survival in dialysis patients: Results from an international cohort study. *Clinical Journal of the American Society of Nephrology*, vol. 10, no. 7, pp. 1192–1200 (2015) doi: 10.2215/cjn.08550814
40. Stangl, M., Böcker, W., Chubanov, V., Ferrari, U., Fischereder, M., Gudermann, T., Hesse, E., Meinke, P., Reincke, M., Reisch, N., Saller, M., Seissler, J., Schmidmaier, R., Schoser, B., Then, C., Thorand, B., Drey, M.: Sarcopenia – endocrinological and neurological aspects. *Experimental and Clinical Endocrinology and Diabetes*, vol. 6, no. 01, pp. 8–22 (2018) doi: 10.1055/a-0672-1007



# Breast Cancer Early Detection Support Systems CAMI and CAMTP

Alma Alvarado-López, Alicia Campos-Hernández,  
Mario Salvador Castro Zenil

Tecnológico Nacional de México,  
Instituto Tecnológico Superior de Pátzcuaro,  
Mexico

{aalvarado, acampos, mcastro}@itspa.edu.mx

**Abstract.** Breast cancer is one of the main health problems in Mexico; it is currently the main type of cancer suffered by women. Among these neoplasms are triple negative breast cancer (TNBC) and infiltrating breast cancer (IBC). These cancers are very aggressive, difficult to diagnose and have high mortality rates. Infiltrating breast cancer is classified into two types: ductal and lobular, the first originates in the cells of the mammary ducts and then invades the surrounding tissues, the second is generated in the lobules of the mammary glands and spreads through the surrounding tissues. Triple negative infiltrating ductal carcinoma is a specific subtype of breast cancer characterized by being negative for hormone receptors (estrogen and progesterone) and HER2/neu protein. The clinical history is one of the main tools for the early detection of these types of cancer, so part of the system to be developed is based on a complete clinical history that provides us with important information on the predisposition to present this type of cancer. Another of the hypotheses to be resolved is that the detection of tumor angiogenesis could help us to find tumor formation in its first steps, by identifying a localized increase in temperature in the affected area. To achieve this identification, the construction of a prototype that maps the temperature of the breasts is proposed, to later carry out a thermographic study and that these results, together with the clinical history, can serve as support for health professionals to determine the relevance of imaging studies in young women.

**Keywords:** Cancer, triple negative, temperature.

## 1 Introduction

Cancer [1] is a generic term used to designate a broad group of diseases that can affect any part of the body; it is also referred to as "malignant tumors" or "malignant neoplasms". A defining characteristic of cancer is the rapid multiplication of abnormal cells that spread beyond their usual boundaries and may invade adjacent parts of the body or spread to other organs, in a process called "metastasis". The spread of metastases is the leading cause of death from the disease.

Breast cancer according to WHO [1] originates in the cells of the lining (epithelium) of the ducts (85%) or lobules (15%) of the glandular tissue of the

breasts. Initially, the cancerous tumor is confined to the duct or lobule (in situ), where it usually causes no symptoms and has minimal potential for spread (metastasis).

Breast cancer is defined as abnormal and disordered growth of cells of the epithelium of the breast ducts or lobules, which has the ability to spread [2], and triple negative refers to tumors that lack expression of the receptors for estrogen receptor (ER), progesterone receptor (PR) and human epidermal growth factor receptor 2 (HER2/neu) [3].

It is considered one of the major health problems in the world. It is the most frequent malignant tumor in women in developed and developing countries; in our country, it is the most frequent cause of death from malignant disease in women (15-20%) with prevalence of 20-25% of cases [2].

Breast cancer is classified based on clinical stage, cell morphology and immunohistochemistry analysis. Using c-DNA microarrays, it was determined that there are several subtypes of breast cancer with different gene expression patterns and prognosis [4]. Breast cancer is divided into 2 main groups based on the presence or absence of ER expression.

Gene expression profiling revealed that within ER+ tumors there are 2 subtypes: luminal A and luminal B. ER- tumors also comprise 2 subtypes: HER2 and basal like. These subtypes show short disease-free periods after treatment and a poorer prognosis [5].

HER2 designated by microarray should not be confused with HER2+ tumors by immunohistochemistry or fluorescence in situ hybridization, as of the latter not all show changes in RNA expression to define the group [4].

The first concepts of triple negative breast cancer (TNBC) were made known around 2006 and, since that date, more than 600 articles have been published on the subject; this highlights the importance of this heterogeneous group of neoplasms, mainly from the molecular, pathological and therapeutic points of view [6].

TNBCs are a heterogeneous group of tumors lacking ER, PR and Her2 expression. Because most basal like carcinomas (BTCs) are triple negative and, on the other hand, most TNBCs are CBLs, these 2 entities have been suggested to be synonymous; however, they differ in their clinical, genetic, and immunohistochemical features [5].

TNBC and LBC account for 15% of all invasive carcinomas and are usually high grade, large and nonspecific, occurring more frequently in young black or Hispanic women; on the other hand, more than 75% of tumors occurring in women with mutations in the BRCA1 gene have a triple negative phenotype [6, 7].

In Mexico, triple negative breast cancer accounts for 15 to 23% of all cancers. Its main characteristics include the fact that it mainly affects patients under 50 years of age, black or Hispanic. It usually corresponds to large tumors, poorly differentiated, with high histologic grade and mitotic index and lymph node involvement; it has a higher recurrence rate and lower disease free and overall survival; in addition, visceral and soft tissue metastases to the brain and lung predominate [8, 9].

One of the aspects determined to be of great importance for this study is tumor angiogenesis, which is the growth of new blood vessels that tumors need to grow. This occurs because the tumor and host cells release chemicals near the tumor [10].

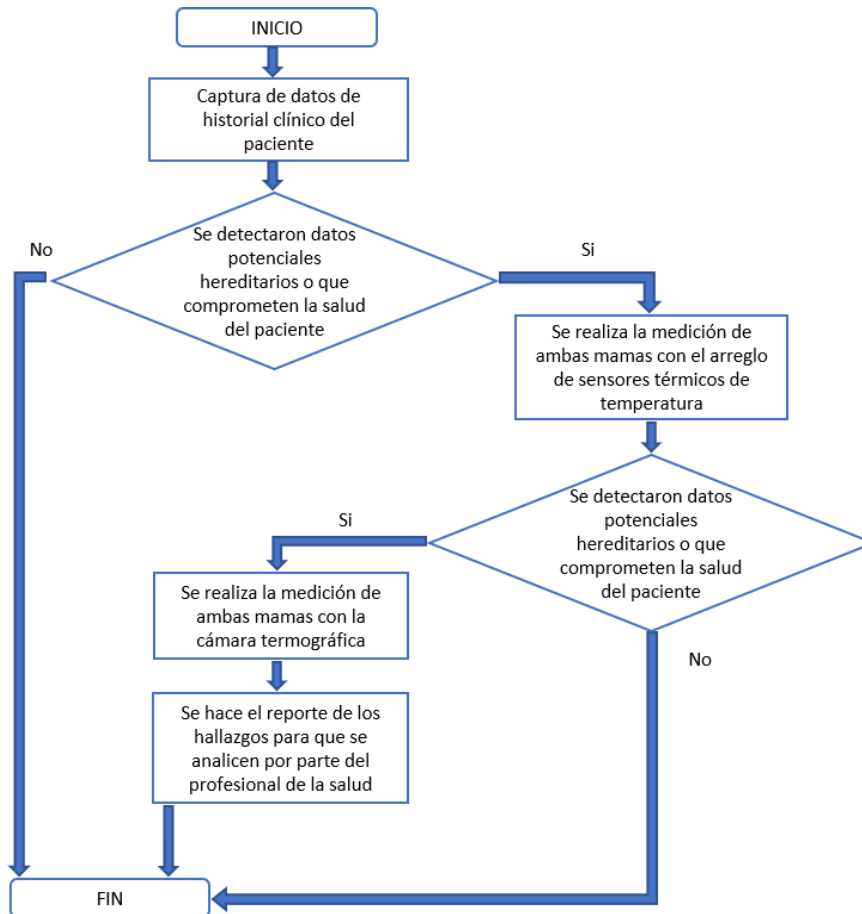


Fig. 1. Diagrama de flujo de la solución.

## 2 Methodology and Development

During the present work a documentary research was carried out to establish the limitations of the project, determining that the type of cancer on which the prediagnosis process will focus is triple negative infiltrating breast cancer, since this variation affects young women in which nuclear medicine studies are not indicated because of their age, and the diagnosis is usually late, hence the low survival rate for this type of neoplasia.

The process will include three stages, the first is the integration of a clinical history, which is recommended for all women over 20 years of age in order to detect those whomay develop this type of disease at some point. Once the data from the clinical history has been analyzed, it will be possible to determine those patients who, according to their state of health or history of diseases, have a higher percentage of risk. This group will be evaluated for tumor angiogenesis activity.

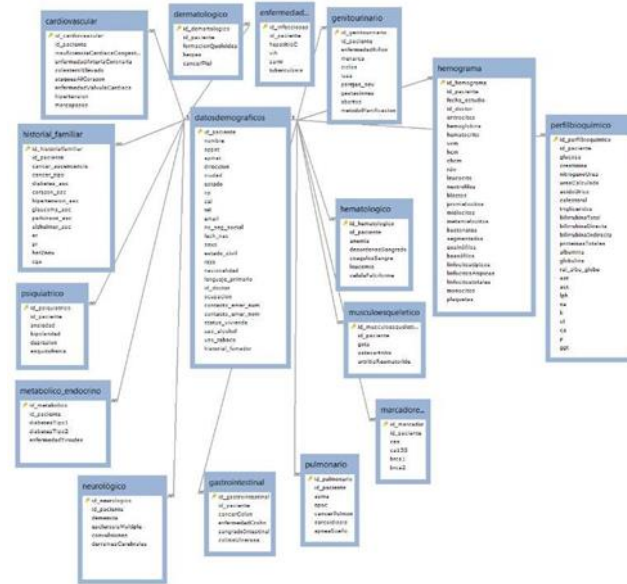


Fig. 2. Database structure.

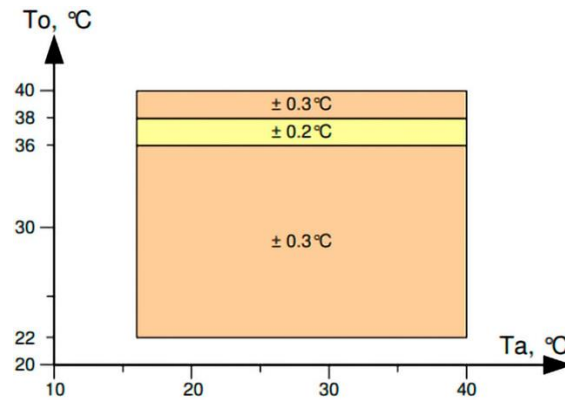


Fig. 3. Medical grade sensor temperature range.

During tumor angiogenesis, the growth of new blood vessels can generate a localized increase in temperature in the affected area. This is because the process of new blood vessel formation involves an increase in blood flow and an increase in the metabolic activity of the cells involved in angiogenesis.

This increase in blood flow and cell metabolism can result in an increase in temperature in the region where angiogenesis is occurring. However, it is important to note that this temperature increase may be very small and difficult to detect with the naked eye or with conventional temperature measurement techniques.

For this reason, a prototype will be used to map the temperature of both breasts by means of an array of infrared temperature sensors, in the search for variations as



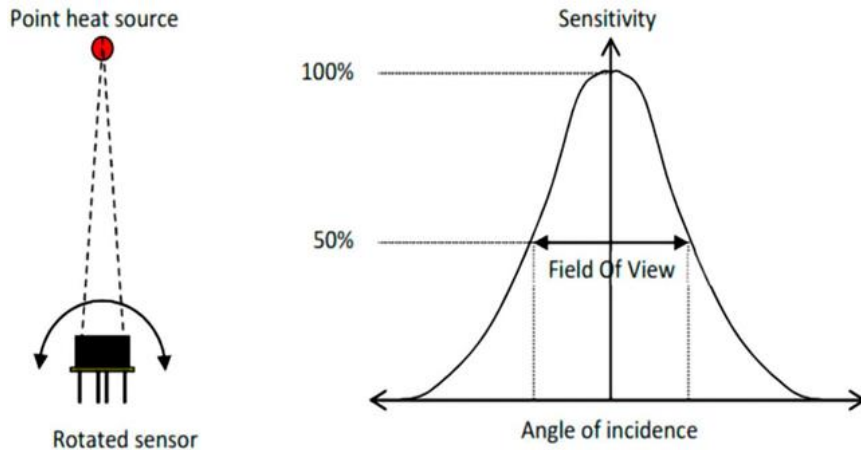


Fig. 4. Field of view measurement.

Parameter	Type xAA	Type xBA	Type xCC	Type xCF	Type xCH	Type xCI	Type xCK
Peak zone 1	0°	+25°	0°	0°	0°	0°	0°
Width zone 1	90°	70°	35°	10°	12°	5°	13°
Peak zone 2	NA	-25°	NA	NA	NA	NA	NA
Width zone 2	NA	70°	NA	NA	NA	NA	NA

Fig. 5. FOV Summary Table.

a mirror, if one breast has a higher temperature than the other, a possible process of tumor angiogenesis could be taking place

To give greater certainty, the next step will be to use thermographic images to identify the area of increased temperature in the breast. For this, a thermographic camera will be used and the images will be processed through MatLab in order to perform an analysis and filtering of the images.

Infrared thermography is a technique that can be used to detect subtle changes in the surface temperature of tissues and, in some cases, could help to identify tumor areas with active angiogenesis. The following is a block diagram illustrating the process to be followed.

### 3 Results

The process of analyzing the pertinent data for the integration of a clinical record that will help us to know the general health status of a patient, as well as the history of her family members, the history of cancer in her progeny will allow us to have a broad panorama that will support an early detection of infiltrating triple negative breast cancer.

In order to create a complete clinical record of a patient with triple negative breast cancer, several important data and elements must be considered. Key aspects included in this proposal include:

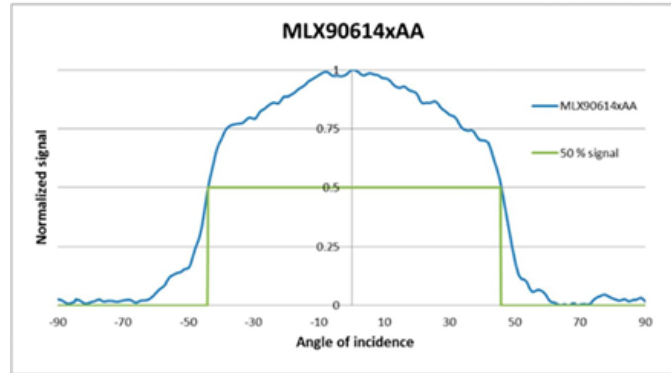


Fig. 6. Typical FOV of MLX90614xAA.

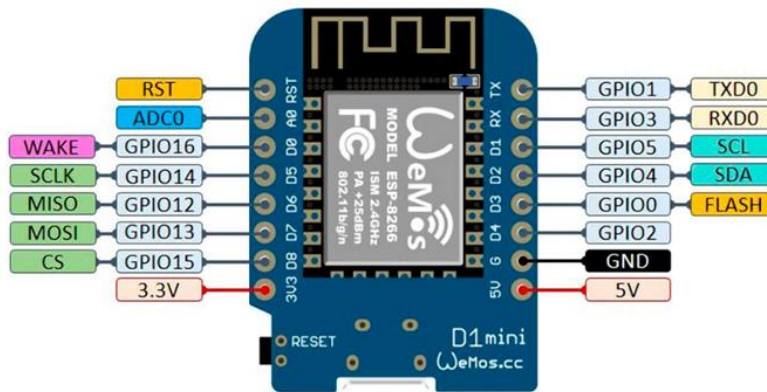


Fig. 7. ESP8266 WeMos development board.

Demographic information: includes the patient's full name, date of birth, gender, address and any other relevant information to identify the patient.

Medical history: Gathers information about the patient's medical history, such as previous illnesses, surgeries, allergies, medications being taken, and any other relevant medical conditions.

Familial diagnostic report: This should include the results of diagnostic tests, such as breast biopsy, that confirmed the diagnosis of triple negative breast cancer. It is also helpful to include details about the histological classification of the tumor and its grade.

The relational database structure created to manage the clinical record is composed of 16 tables:

- cardiovascular,
- datosdemograficos,
- dermatologico,
- enfermedadesinfecciosas,
- gastrointestinal,

- genitourinario,
- hematologico,
- hemograma,
- historial\_familiar,
- marcadores tumorales,
- metabolico\_endocrino,
- musculoesqueletico,
- neurológico,
- perfil bioquímico,
- psiquiátrico,
- pulmonario.

They store the patient's demographic data, the patient's attending physician identifier, and the patient's history with alcohol or tobacco. In the case of cardiovascular, dermatological, gastrointestinal, hematological, metabolic endocrine, musculoskeletal, neurological, psychiatric and pulmonary history, they store a check list of the diseases that the patient has or had in order to make an accurate differential diagnosis.

It is important to analyze the family history, as this is where the patient's risks are identified. This table stores data on the type of cancer suffered by the patient's relatives, the degree of relationship and if this cancer was studied in its tumor markers and in its mutation in the BRCA1 and BRCA2 genes.

In addition, the results of chemical studies necessary for the differential diagnosis of the disease, such as a complete blood count and a biochemical profile, are stored.

In the database scheme we can see the relationship between the patient's identifier and all the patient data stored.

The second point that was addressed was the planning of the device for measuring the temperature of both breasts through the mesh of infrared temperature sensors, for this the MLX90614 sensor was used. The operating principle of this sensor is related to the movement of the molecules, these to perform this phenomenon produce infrared radiation, the higher the temperature of the body, the faster the molecules move and more infrared radiation emitted by the body, this is known as the Stefan Boltzman law.

An infrared temperature sensor is able to detect this radiation and convert it into a temperature, actually what it does is to calculate the difference between the IR radiation emitted by the object and the surrounding environment, based on this difference we calculate the temperature.

The MLX90614 DAA that we will use, has an accuracy suitable for medical applications, this model has an accuracy of  $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$  at temperatures between  $16^{\circ}\text{C}$  and  $40^{\circ}\text{C}$ .

The field of view is a critical factor, because in our proposed solution we propose a rhomboid arrangement in which 5 sensors will be connected to allow us to map the breast in a range greater than 80% of the same to have an accurate measurement. This factor or the distance from the sensor to the object will directly affect its accuracy. Each infrared sensor has a field of view, which is nothing more than an angle of view in which all the temperatures seen by the sensor are averaged.

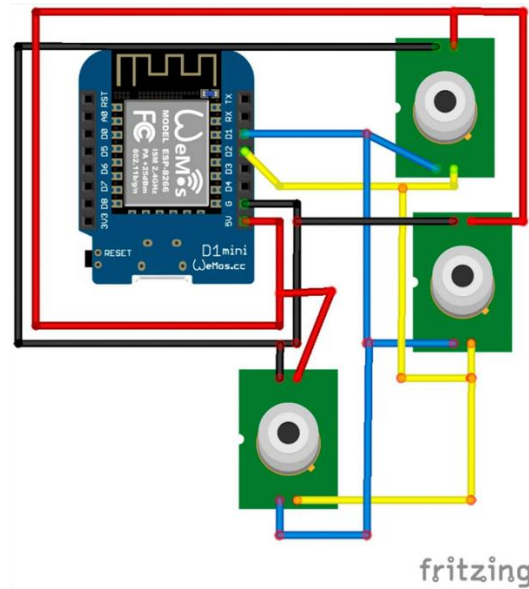


Fig. 8. Connection diagram of sensors and development board.

This sensor has a relatively wide field of view, about 90°, which means that for every centimeter away from an object, the detection area increases by 2 centimeters. Once the feasibility of the use of this sensor has been determined, we proceeded to develop the electronic solution through which the mesh of these sensors for mapping the temperature of the breast can be made.

For this we will use the ESP8266 Wemos board that allows us to have Bluetooth and WIFI communication, so we can receive both in a base station such as a Raspberry Pi or an application on the cell phone the processed data to store them and make comparisons and determine whether or not there is an increase in temperature.

Another of the benefits of this board is that it has the possibility of connecting several sensors through I2C communication, which is a serial communication protocol, which defines the data frame and physical connections to transfer bits between two digital devices. It has for this two communication channels SDA and SCL, allowing to connect up to 127 slave devices with these two lines, for our case we will connect 10.

## 4 Conclusions

Having a clinical history that allows us to know the possible inheritance as well as the factors that may be preponderant to develop triple negative infiltrating breast cancer in young women to whom nuclear medicine exams are not recommended because of their age, will allow us to broaden the spectrum of preventive care, together with the temperature analysis that identifies a process of tumor angiogenesis, will allow health professionals to make decisions to confirm

diagnoses and provide timely follow up and treatment to prevent or treat in its earliest stages this type of cancer that has such a high mortality rate.

The prototype is under development and it is intended that following the model establishes a process that allows early identification of those patients who may develop the disease, as future work is to test the implementation and corroborate the results, in addition to a clinical study with patients who have already been diagnosed so that the prototypes are validated in its operation and that this technique can be a support for health professionals and support both young women and people who cannot access by their geographical location or economic situation to third level health services.

## References

1. Organización mundial de la salud (2023) <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/breast-cancer>
2. Barragan, J. A., Becerra, G. I., González, N. J., Mainero, F. E., Mijares, A., Patlán, R. M.: Guía de práctica clínica diagnóstico y tratamiento del cáncer de mama en segundo y tercer nivel de atención. México: Secretaría de salud (2009)
3. McPhee, S. J., Papadakis, M. A., Rabow, M. W.: Current medical diagnosis & treatment 2010. New York: McGraw-Hill Medical (2010)
4. Zepeda-Castilla, E. J., Recinos-Money, E., Cuéllar-Hubbe, M., Robles-Vidal, C. D., Maafs-Molina, E.: Clasificación molecular del cáncer de mama. Cirugía y Cirujanos, vol. 76, no. 1, pp. 87–93 (2008)
5. Paez-Gómez, M., Salas-González, E., Ojeda-Babilonia, J. A., Lomeli-Muñoz, J. A., Canton-Díaz, A., Ochoa-Herrera, R.: Características clínicas y epidemiológicas de pacientes con cáncer de mama e histología triple negativo. Cirujano General, vol. 36, no. 1, pp. 20–27 (2014)
6. Alvarado-Cabrero, I.: Cáncer de mama triple negativo. Patología Revista latinoamericana, vol. 48, no. 4, p. 262 (2010)
7. Foulkes, W. D., Smith, I. E., Reis-Filho, J. S.: Triple-negative breast cancer. New England journal of medicine, vol. 363, no. 20, pp. 1938–1948 (2010) doi: 10.1056/NEJMra1001389
8. Silverstein, M. J., Gierson, E. D., Waisman, J. R., Senofsky, G. M., Colburn, W. J., Gamagami, P.: Axillary lymph node dissection for T1a breast carcinoma. Is it indicated? Cancer, vol. 73, no. 3, pp. 664–667 (1994) doi: 10.1002/1097-0142(19940201)73:3<664::aid-cnrcr2820730326>3.0.co;2-s
9. Butler, J. A., Bretsky, S., Menendez-Botet, C., Kinne, D. W.: Estrogen receptor protein of breast cancer as a predictor of recurrence. Cancer, vol. 55, no. 6, pp. 1178–1181 (1985) doi: 10.1002/1097-0142(19850315)55:6<1178::AID-CNCR2820550606>3.0.CO;2-U
10. Instituto Nacional del Cáncer <https://www.cancer.gov/espanol>



## **Estudio de la cinemática del movimiento y comparación termográfica de las extremidades superiores en nadadores con hombro doloroso y un grupo control**

Diana Nohemi Santillana-Camargo<sup>1</sup>, Carlos Villaseñor-Mora<sup>1</sup>,  
Israel Miguel-Andres<sup>2</sup>, Gracia López-Contreras<sup>3</sup>,  
Raúl Arellano-Colomina<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Guanajuato,  
Departamento de Ingeniería Física,  
División de Ciencias e Ingenierías,  
México

<sup>2</sup> Centro de Innovación Aplicada en Tecnologías Competitivas,  
Laboratorio de biomecánica,  
México

<sup>3</sup> Universidad de Granada,  
Aquatics Lab,  
CIATEC,  
México

dn.santillanacamargo@ugto.mx

**Resumen.** El dolor de hombro es una consecuencia que muchos de los nadadores presentan en su trayectoria deportiva debido a la exposición de entrenamientos de larga duración y/o intensidad. Cuando este dolor se agrava, los nadadores deben disminuir su carga de entrenamiento, pudiendo afectar los resultados de las competencias más próximas o simplemente inhabilitarse de estas. Se empleó una cámara FLIR ONE para la captura de energía irradiada en tres momentos a lo largo del entrenamiento de alta intensidad: antes de ingresar a la alberca, después de finalizar el entrenamiento y 10 minutos después de finalizar el entrenamiento. Para el análisis de trayectoria de brazada subacuática se utilizaron dos cámaras GoPro colocadas en la vista lateral derecha e izquierda de una piscina contracorriente de 4.68m de largo y 2.75m de ancho, en donde el nadador realizó los movimientos necesarios en un tiempo aproximado de un minuto, y por medio de marcadores colocados en sus extremidades superiores, se logró visualizar la cinemática de brazada. Se observó mayor energía irradiada en el músculo deltoides anterior, lateral y posterior del hombro que los nadadores no reportaron dolor en la segunda toma de energía, demostrando que los nadadores con dolor en el hombro tienden a sobreproteger el hombro doloroso cargando mayor fuerza en el hombro contrario y, por ende, comprometiendo la integridad del hombro sano, al contrario del hombro que presenta dolor.

**Palabras clave:** Termografía, natación, lesión, hombro.

## **Study of Movement Kinematics and Thermographic Comparison of the Upper Extremities in Swimmers with Painful Shoulder and a Control Group**

**Abstract.** Shoulder pain is a consequence that many swimmers experience in their sporting career due to exposure to long duration and/or intensity training. When this pain worsens, swimmers must reduce their training load, which may affect the results of the closest competitions or simply disqualify themselves from them. A FLIR ONE camera was used to capture radiated energy at three times throughout the high intensity training: before entering the pool, after finishing the training, and 10 minutes after finishing the training. For the underwater stroke trajectory analysis, two GoPro cameras were used, placed in the right and left lateral view of a countercurrent pool 4.68m long and 2.75m wide, where the swimmer performed the necessary movements in an approximate time of one hour. minute, and by means of markers placed on their upper extremities, the stroke kinematics were visualized. Greater radiated energy was observed in the anterior, lateral and posterior deltoid muscles of the shoulder that the swimmers did not report pain in the second energy intake, demonstrating that swimmers with shoulder pain tend to overprotect the painful shoulder by loading greater force on the shoulder. contrary and, therefore, compromising the integrity of the healthy shoulder, unlike the shoulder that presents pain.

**Keywords:** Thermography, swimming, injury, shoulder.

### **1. Introducción**

El movimiento repetitivo del hombro puede causar microlesiones (daños de menor gravedad en el tejido que comprende el área del hombro). Los nadadores de élite pueden nadar entre 8-20km por día utilizando la brazada de estilo libre (crol), considerando de 8-10 ciclos de brazadas por cada 25 metros, un nadador completa aproximadamente 350,000 rotaciones del hombro a la semana. Este tipo de práctica predispone a dolor de hombro, íntimamente relacionado con la cantidad de entrenamiento y el total de años de práctica [1].

El hombro doloroso en nadadores de élite afecta directamente su desempeño competitivo, una mala técnica efectuada afecta la velocidad y tiempo que realizan durante una prueba. Para tratar de corregir una mala técnica de nado y disminuir la incidencia del síndrome de hombro del nadador, se recurre a la biomecánica deportiva, la cual estudia la anatomía funcional para prevenir lesiones causadas por movimientos realizados de manera incorrecta [2], sin embargo, se desea contar con una prueba, que permita identificar si el nadador está empleando una mala técnica o sufre de dolor, a través de mecanismos libres de subjetividad por parte del evaluador y del nadador.

Debido a lo anterior, el objetivo de esta investigación es estudiar la radiación térmica y la cinemática de los movimientos del hombro (articulación glenohumeral), de un grupo de nadadores que sufren lesión en esta articulación y compararla con la de un grupo control de nadadores sin lesión para corroborar si existe variación de la energía emitida por los hombros de aquellos nadadores que presentan dolor y de aquellos que se consideraron del grupo control.



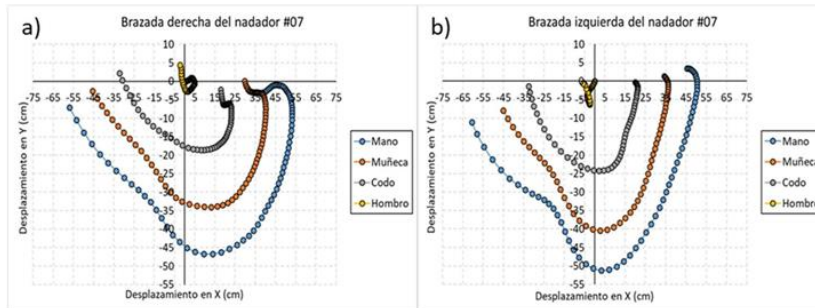


Fig. 1. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante juvenil masculino.

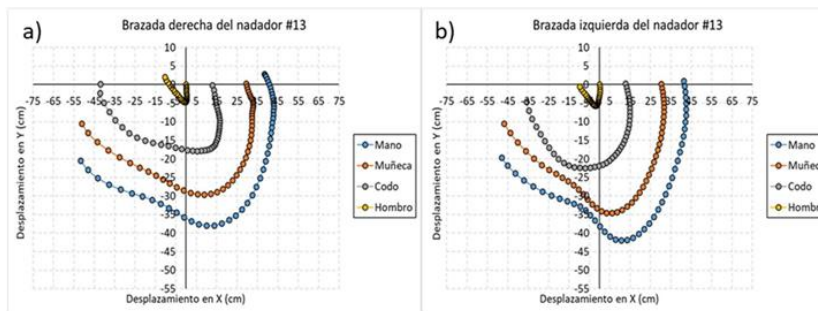


Fig. 2. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante juvenil femenino.

## 2. Objetivo

Analizar las diferencias en la energía del deltoides en el hombro no lesionado de los nadadores que presentan hombro doloroso en comparación con un grupo control de nadadores sanos.

## 3. Materiales y métodos

En la presente investigación se adquirieron imágenes infrarrojas utilizando una cámara FLIR ONE en un cuarto oscuro, en donde la temperatura permanece constante a lo largo del estudio, una vez que el participante llegó y se adaptó a la temperatura del área del estudio, se colocó la cámara en un trípode a la altura del torso de cada participante, de modo que se abarcara en la imagen: el torso completo y las extremidades superiores; para la primer toma (antes del entrenamiento) solo le pidió al participante que se colocara en posición, para la segunda toma (justo cuando terminó su entrenamiento) se le pidió que se seicara lo mejor posible sin frotarse con la toalla, se esperó 10 minutos en el área de estudio y se adquirió la tercera toma termográfica.

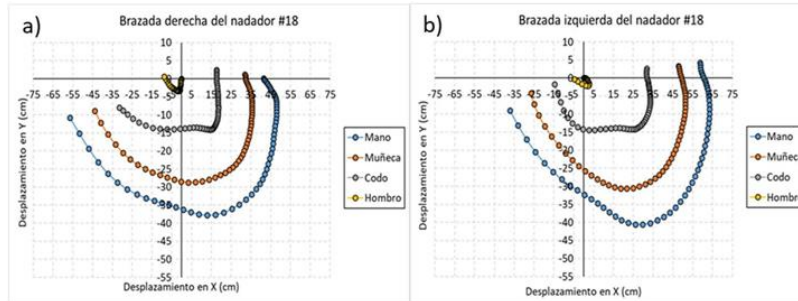


Fig. 3. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante juvenil masculino.

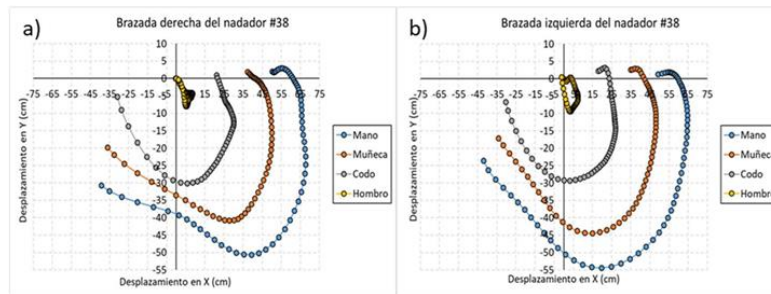


Fig. 4. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante máster masculino.

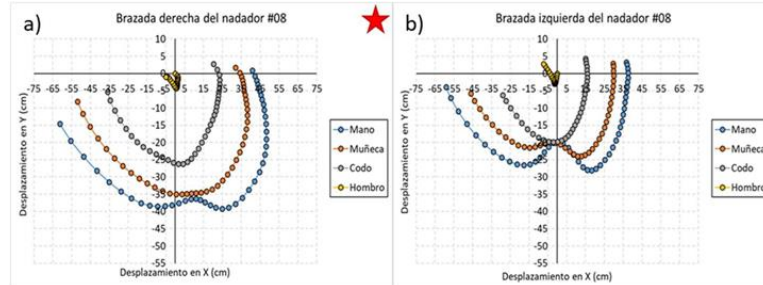


Fig. 5. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante juvenil masculino del grupo patológico derecho.

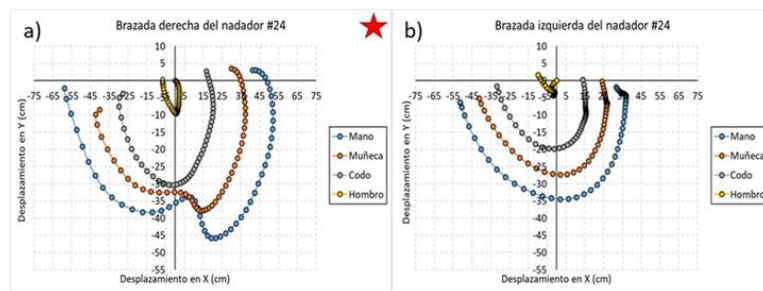
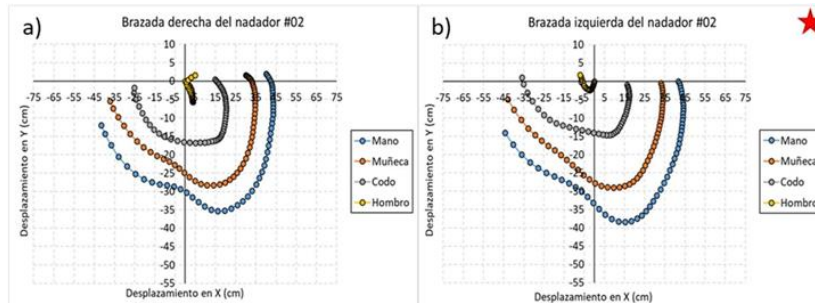
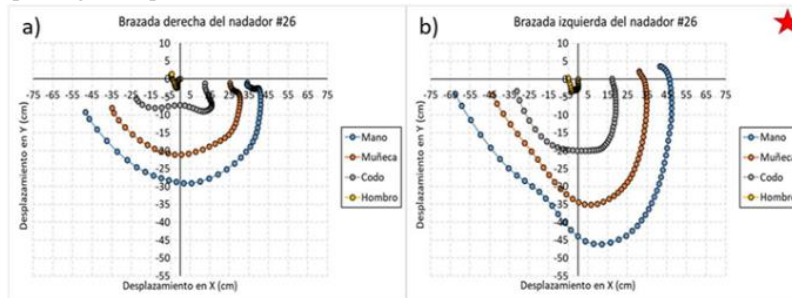


Fig. 6. a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante máster masculino del grupo patológico derecho.



**Fig. 7.** a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante juvenil masculino del grupo patológico izquierdo.



**Fig. 8.** a) Brazada derecha y, b) brazada izquierda de un participante máster femenino del grupo patológico izquierdo.

Para el análisis de trayectoria de las brazadas subacuáticas se colocaron cuatro marcadores por brazo a cada nadador en las extremidades superiores (en el hombro, codo, muñeca y dedo meñique) y se utilizaron dos cámaras GoPro, que fueron colocadas a los laterales de una piscina contracorriente que cuenta con 4.68 metros de largo y 2.75 metros de ancho.

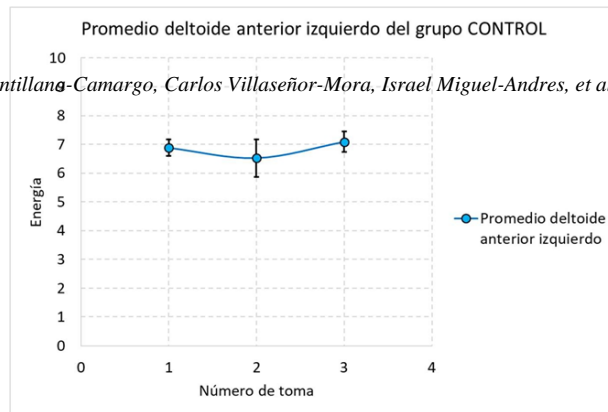
Para el procesamiento de imágenes infrarrojas se utilizó MATLAB y los datos obtenidos de energías fueron extraídos a EXCEL para realizar la normalización de datos, obtener promedios y desviaciones estándar.

Para el procesamiento de datos de las brazadas subacuáticas se utilizó Kinovea-0.9.5 para marcar la trayectoria 'frame' por 'frame', e igualmente los puntos de las posiciones de los marcadores en las trayectorias fueron extraídos a EXCEL.

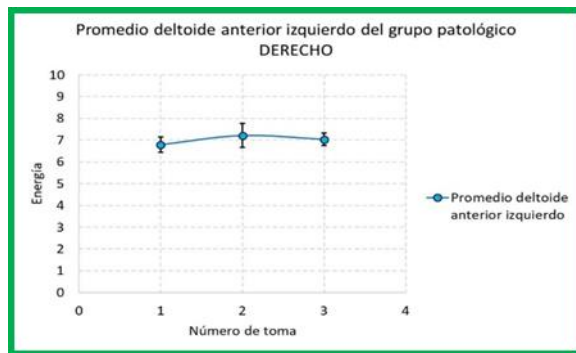
#### 4. Resultados

Se observó que las trayectorias de los nadadores del grupo control presentan un comportamiento como los que se muestran en la Figura 1, la Figura 2, la Figura 3 y, la Figura 4.

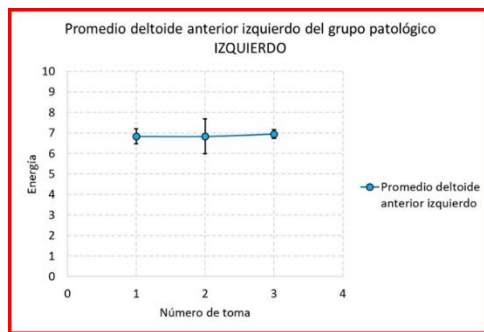
Mientras que los nadadores que presentan dolor en alguno de sus hombros realizan la brazada más corta y menos profunda en el brazo que no presentan dolor como se observa en la Figura 5 y en la Figura 6 como muestra de dos casos de



**Fig. 9.** Promedio de energías del músculo deltoide anterior izquierdo de los nadadores del grupo control.



**Fig. 10.** Promedio de energías del músculo deltoide anterior izquierdo de los nadadores con dolor en el hombro derecho.



**Fig. 11.** Promedio de energías del músculo deltoide anterior izquierdo de los nadadores con dolor en el hombro izquierdo.

nadadores que pertenecen al grupo patológico derecho. En otros casos similares, en la Figura 7 y en la Figura 8 se muestran otros dos casos que pertenecen al grupo patológico izquierdo. Las trayectorias del brazo donde han indicado presentar dolor han sido marcadas con una estrella.

Se observó mayor cantidad de energía irradiada en la segunda toma del hombro en el que los nadadores no reportaron presentar dolor, como se observa en la Figura 9, la Figura 10 y en la Figura 11.

## **5. Conclusiones**

Realizar un análisis biomecánico de brazada de nadadores en una piscina contracorriente es viable mientras exista una normalización de datos, ya que la fuerza de cada nadador varía, por lo que dentro de la piscina (a pesar de que nadan en un punto fijo) pueden presentar un ligero desplazamiento hacia adelante o hacia atrás entre brazadas, pero una vez siendo normalizados estos datos podemos hacer una comparación de trayectorias entre todos los participantes.

Los nadadores que presentan dolor en el hombro realizan una técnica de brazada más apegada a lo “normal” o al estándar, mientras que en el brazo que no presentan dolor realizan una brazada menos profunda. En el análisis del tiempo de brazada no se observó una diferencia significativa, ya que el grupo control tiene una mínima diferencia de tiempo entre brazadas derechas e izquierdas, pero en ambos grupos patológicos la brazada derecha fue más rápida.

La termografía como método de prevención y/o detección de hombro doloroso en nadadores, aunado al análisis de las trayectorias de brazada subacuática de los nadadores, logra analizar la relación que existe entre una mala técnica de brazada con la inflamación de los músculos que cubren el manguito rotador (deltoides anterior, deltoides posterior y deltoides lateral).

En este estudio fue interesante observar que la energía (calor en el músculo) presentó un aumento después de realizar un entrenamiento intenso en el hombro contrario al que los participantes indicaron presentar dolor, se concluye que manifiesta de esta manera debido a que existe una sobrecarga por compensación en el hombro no lesionado, lo que conlleva a que este trabaje más e irradie más energía. Mientras que el hombro lesionado presenta un comportamiento similar al del grupo control en especial en el músculo deltoides anterior izquierdo del grupo patológico izquierdo, ya que estadísticamente en esta región muscular existe una diferencia significativa.

## **Referencias**

1. Fernández, J. C., Aravena, R. E., Verdugo, R. L., Galaz, G. T., Rex, F. S.: Análisis de la rotación interna y externa de la articulación glenohumeral y su relación con el dolor de hombro en nadadores de élite. *Revista Andaluza de Medicina del Deporte*, vol. 3, no. 3, pp. 92–97 (2010)
2. Rodríguez-Esparza, E., Mejía-Rodríguez, A. R., Mendoza-Gutiérrez, M. O.: Detección y análisis de trayectorias 2D de la brazada de crol para evaluación comparativa de la técnica de nado. In: *Memorias del Congreso Nacional de Ingeniería Biomédica*, vol. 4, no. 1, pp. 150–153 (2017)



# Ultrasonido inducido por láser en escalas mesoscópicas: Visión desde la mecánica de medios continuos de Cosserat y la teoría de brechas de momentum

Jorge Enrique Alba-Rosales, Yanier Ojeda-Morales,  
Geminiano Donaciano Martínez-Ponce

Centro de Investigaciones en Óptica,  
Guanajuato,  
México

[geminis@cio.mx](mailto:geminis@cio.mx)

**Resumen.** En este trabajo se plantean las dificultades de realizar medidas en espacios menores al milímetro empleando al ultrasonido inducido por láser o técnica fotoacústica, cabe destacar la medición de ondas de cizalla (transversales) en agua, generadas a partir de un bloque de aluminio. A la par se discuten dos posibles teorías físicas para explicar a las ondas transversales en el líquido: La teoría de medios continuos de Cosserat (micropolar) y la teoría de brechas de momentum (K-gap). Finalmente se muestran resultados preliminares de la medición del tiempo de decaimiento de la onda transversal y como puede emplearse en la caracterización de las propiedades viscoelásticas del sistema.

**Palabras Clave:** Fotoacústica, mecánica micropolar, k-gap, líquidos confinados.

## Laser-Induced Ultrasound on Mesoscopic Scales: View from Cosserat Continuum Mechanics and Momentum Gap Theory

**Abstract.** In this work, the difficulties of carrying out measurements in spaces smaller than a millimeter using laser-induced ultrasound or photoacoustic technique are raised. It is worth highlighting the measurement of shear waves (transverse) in water, generated from a block of aluminum. At the same time, two possible physical theories are discussed to explain transverse waves in the liquid: Cosserat's theory of continuous media (micropolar) and the theory of momentum gaps (K-gap). Finally, preliminary results of the measurement of the shear wave decay time are shown and how it can be used in the characterization of the viscoelastic properties of the system.

**Keywords:** Photoacoustics, micropolar mechanics, k-gap, confined liquids.

## **1. Introducción**

Actualmente el efecto fotoacústico (PA) o ultrasonido inducido por láser (USIL), destaca notablemente por sus diversas aplicaciones, principalmente la reconstrucción de imágenes con fines de diagnóstico médico y la caracterización de tejidos [1]. El efecto PA o USIL consisten en la deposición de radiación modulada o pulsada en algún material o medio capaz de absorberla, posteriormente, parte de la energía absorbida se emite en forma de ondas mecánicas por el mismo absorbedor.

Las frecuencias típicas emitidas de estos modos vibracionales o fonones se encuentran en el rango del ultrasonido (US), por lo que es relativamente sencillo detectarlas con ayuda de transductores de características adecuadas. Es por esta versatilidad que el USIL ha tenido un enorme desarrollo tecnológico en los últimos años, además de ser útil en diversos tipos de usos y aplicaciones.

Por otro lado, la tendencia tecnológica ha llevado a miniaturizar los dispositivos y experimentos propios de la técnica PA, buscando mayor resolución y portabilidad [2]. Estas exigencias tecnológicas implican la necesidad de medir y caracterizar al US en escalas micrométricas menores al milímetro. Es bien conocido en la literatura que las leyes y descripciones físicas se complican de forma considerable a estas escalas, debido a que se empieza a manifestar parcialmente la naturaleza discreta de la materia: Demasiado pequeño para describirse con teorías clásicas, pero demasiado grande para abordarlo desde las teorías cuánticas.

Es aquí donde surge la necesidad de emplear teorías mecánico estadísticas o que puedan incorporar de una forma efectiva las estructuras de carácter micrométrico del fenómeno, bajo la exigencia que en los límites de la teoría concuerden con las descripciones físicas ya conocidas y describan adecuadamente los fenómenos estudiados.

El principal objetivo de este trabajo es justificar la medición de ondas transversales o de cizalla en agua, empleando al efecto PA o USIL en una placa de aluminio, utilizando un láser pulsado de ns. Se destaca que de acuerdo a la literatura clásica [3] los fluidos son incapaces de soportar y transmitir este tipo de onda. Por esta razón es necesario considerar descripciones alternativas, así como nuevas analogías que justifiquen adecuadamente las mediciones obtenidas.

El resto del manuscrito se estructura de la siguiente manera: En la sección 2 se discute el aparato experimental para lograr inducir y sensar las ondas de cizalla en el líquido. En la sección 3 se discuten los trabajos previos de Ruocco [4] y Noirez [5], en donde se demuestra que los líquidos (particularmente agua) es posible la inducción, propagación y detección de ondas transversales.

En la sección 4 se describe de forma general dos teorías de carácter mesoscópico<sup>1</sup> capaces de describir a nivel teórico los resultados aquí reportados, estas son la teoría de medios continuos micropolares (mecánica de Cosserat) [6] y la teoría de brechas de momentum (K-gap) [7]. Ambas teorías predicen un aumento en la velocidad de propagación de la onda longitudinal, así como efectos disipativos sobre la ondas transversal.

En sección 5 se discuten e interpretan los resultados obtenidos, la relación que guardan con la caracterización viscoelástica del sistema, así como las implicaciones de los mismos en las metodologías que emplean al USIL como técnica de caracterización



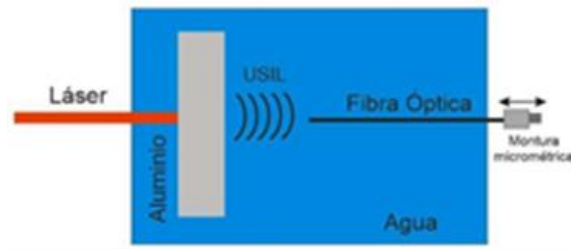


Fig. 1. Arreglo experimental.

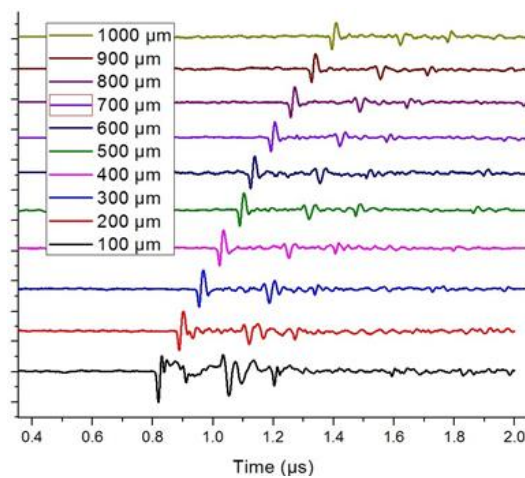


Fig. 2. Señales PA obtenidas con el arreglo experimental.

de materiales en escalas mesoscópicas. Finalmente, en la sección 6 se muestran las conclusiones y perspectivas de este trabajo.

## 2. Aparato experimental

Para lograr el USIL se empleó<sup>1</sup> un oscilador óptico paramétrico, bombeado por un láser de Nd: YAG de 10 ns de pulso y frecuencia de repetición de 10 Hz, sintonizado en 670 nm de longitud de onda. Empleando un objetivo de microscopio de 20X se enfocó la radiación a un spot de 20  $\mu\text{m}$  de diámetro. La energía por pulso depositada en la muestra se estima en menos de 50  $\mu\text{J}$ . La iluminación láser se hace incidir sobre un bloque de aluminio de 1.28 mm de espesor que está completamente sumergido en agua. La detección del US se hace mediante un sensor de fibra óptica con un interferómetro tipo Fabry-Perot en su punta.

<sup>1</sup> Se debe aclarar que no existe un consenso unificado en la literatura de lo que corresponde a una mesoescala. El término mesoescala hace referencia a condiciones tales donde teorías clásicas son insuficientes para lograr la descripción del fenómeno, teniendo que acudir a correcciones heurísticas, descripciones no locales y a tratamientos propios de la física estadística

Esta fibra se conecta a un sistema de interrogación óptica que es capaz de convertir las variaciones del patrón de interferencia (modificado por el USIL) en señal eléctrica que es adquirida por un osciloscopio a una velocidad de 5 Gs/s.

El sensor de fibra se sujetó a una montura de desplazamiento micrométrica para obtener las señales PA a distintas distancias de propagación, cada 100  $\mu\text{m}$  hasta alcanzar 1 mm de separación. El esquema del arreglo experimental se muestra en la figura 1. Las señales adquiridas a distintas distancias se muestran en la figura 2. De la gráfica se puede observar la buena concordancia en los tiempos de vuelo de la presión PA en el agua, así como las posiciones relativas de los picos de la señal PA.

Para la interpretación del USIL aquí reportado, se distinguen tres picos en cada señal obtenida: Para la señal medida a 100  $\mu\text{m}$  de distancia, se puede observar un pico angosto, justo después de 0.8  $\mu\text{s}$ , este corresponde a la componente o modo longitudinal del US; posterior a la marca de 1  $\mu\text{s}$ , se observa la componente de cizalla o modo transversal de la onda; a los 1.2 ns, finalmente se observa el primer rebote de US que ocurre dentro de la placa de aluminio. En la siguiente sección se explican detalladamente los posibles mecanismos físicos que permiten la propagación de la onda transversal en el agua.

### **3. Comportamiento viscoelástico del agua**

Antes de iniciar esta discusión, es importante recalcar que en la literatura existen dos tipos que discuten el tema. Los del primer tipo (y más difundidos) consisten en textos introductorios e incluso avanzados sobre la física de fluidos, donde el punto de partida para definir al fluido es su incapacidad de mantener una forma definida; y como consecuencia, la imposibilidad de transmitir ondas transversales en el mismo.

Por otro lado, se encuentran algunas poco conocidas monografías, así como artículos de investigación especializados, donde se discute el comportamiento de líquidos en escalas micro y/o mesoscópicas, en donde un líquido logra mantener una configuración de sus elementos fija y, por lo tanto, en escalas espaciotemporales específicas, muestra comportamientos típicos de un sólido. Es en la segunda categoría donde versa la discusión de los resultados aquí expuestos.

Cómo se relata en la antología de Ruocco y Sette [4], el comportamiento sólido de líquidos como el agua, fue predicho desde 1974 por medio de simulaciones de dinámica molecular, y verificado experimentalmente en experimentos de dispersión de neutrones y rayos x entre las décadas de los años 70 y 80.

Este efecto es solo observable en escalas de tiempo del orden de PS, las cuales corresponden al tiempo de difusión de las moléculas de agua entre sí mismas. Este fenómeno es conocido como “velocidad rápida del agua” la cual alcanza valores de 3300 m/s en su componente longitudinal, debido a la breve aparición del modo transversal. Se remarca la necesidad del uso de altas frecuencias en la técnica experimental para observar el comportamiento previamente discutido.

Por otro lado, en la década pasada, se encuentra el resultado de Noirez y Baroni [5], en donde logran propagar una onda transversal en agua confinada entre dos superficies de aluminio, separadas una distancia de 125  $\mu\text{m}$ . Lo que más destaca de este trabajo es que la onda se induce con un reómetro convencional usando frecuencias menores a 1 Hz de repetición, logrando un resultado no esperado; para ese momento, ya era bien

aceptado el comportamiento sólido de líquidos para altas frecuencias, pero en el caso de bajas frecuencias.

Posteriormente en 2020, Zaccone y Trachenko [6] lograrían demostrar teóricamente, que el mecanismo subyacente en la propagación de las ondas transversales con frecuencias menores a 1 Hz radica en el confinamiento del líquido: La interacción del líquido con las superficies en contacto suprime los modos difusivos del fluido o desplazamientos no afines, responsables del mecanismo de viscosidad, ello permite observar los modos transversales que puede soportar el fluido.

Se destaca que este mecanismo de confinamiento se encuentra en buena concordancia con lo que se conoce como agua acotada/confinada [7], haciendo referencia al cambio de las propiedades mecánicas y termodinámicas del fluido al encontrarse muy próximo o en contacto con la superficie. Particularmente este comportamiento queda bien justificado para el aluminio por su conocida hidrofobicidad, de donde es conocida la interacción líquido-superficie que permite fijar y maximizar el contacto entre las interfaces.

A continuación se discuten brevemente dos aparatos teóricos capaces de capturar los aspectos mesoscópicos de este tipo de sistemas donde, ambos predicen modificaciones en la velocidad de propagación del modo longitudinal, análoga al fenómeno previamente reportado en el trabajo de Ruocco y Sette [4].

## **4. Descripción mesoscópica de propagación de ondas**

Se debe aclarar que en esta sección no se pretende abordar una exposición exhaustiva y completa de estas teorías; en lugar de ello se busca presentar los conceptos físicos centrales en las mismas y justificar su uso en la descripción de fenómenos mesoscópicos de propagación de ondas.

### **4.1. Teoría micropolar de medios continuos**

Propuesta originalmente por los hermanos Cosserat en 1909 y desarrollada formalmente por A. C. Eringen y colaboradores [8]. consiste en dotar de grados de libertad adicionales al elemento diferencial con el cual se construye la teoría. Particularmente en la teoría micropolar se asocia un vector de orientación o micro rotación a cada uno de los elementos que conforman al medio continuo.

Esto tiene como principal consecuencia la aparición de constantes adicionales que caracterizan las propiedades de micro rotación del sistema, así como la aparición de ondas adicionales a la longitudinal y transversal. Las velocidades de propagación vienen dadas por [9]:

$$C_L = (\lambda + 2\mu/\rho)^{1/2}, \quad (1)$$

$$C_T = (\mu/\rho)^{1/2}, \quad (2)$$

$$C_{\mu 1} = (k/j)^{1/2}, \quad (3)$$

$$C_{\mu 2} = (\alpha + \beta/j)^{1/2}, \quad (4)$$

$$C_{\mu 3} = (k/j)^{1/2} \quad (5)$$

donde  $C_L$  y  $C_T$ , corresponden a las ondas longitudinal y transversal, respectivamente, que se observan en sólidos; por otro lado,  $C_{\mu 1}$ ,  $C_{\mu 2}$  y  $C_{\mu 3}$  son las ondas de carácter microscópico adicionales. Los constantes  $\rho$  y  $j$ , hacen referencia a las propiedades de densidad y micro inercia,  $\mu$  y  $\lambda$  corresponden a los parámetros clásicos de Lamé, finalmente,  $k$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  caracterizan las propiedades microrotacionales del sistema.

El carácter más importante de las teorías micropolares se encuentra en su capacidad para capturar las configuraciones mesoscópicas del material, escala donde aún se puede utilizar es concepto de continuidad, pero donde simultáneamente se puede distinguir a las propiedades de los componentes.

Esta teoría cobra aún más relevancia cuando se buscan describir materiales compuestos o de estructura compleja como son materiales porosos (e.g., huesos), suspensiones como sangre, cristales líquidos y en general materiales compuestos con geometrías complicadas. Si bien la teoría puede ser matemáticamente compleja, es capaz de abordar descripciones de carácter más realista.

Aclaremos que, para los resultados experimentales aquí expuestos, este tipo de teorías no resulta el candidato más adecuado; sin embargo, no se debe de perder de vista en las futuras investigaciones para el uso del USIL mesoscópico en la caracterización de tejidos biológicos. Para cerrar la discusión de este tema, se resalta la existencia varios puntos en común en la literatura, donde las teorías micropolares pueden describir de forma efectiva materiales o propagación de ondas no convencionales a nivel ingenieril.

## 4.2. Teoría de brechas de momentum

El origen de esta teoría se encuentra en las ideas de J. Frenkel [10], quien propuso abordar el estudio de líquidos extendiendo algunos conceptos empleados en la descripción de sólidos. Para entender profundamente a este conjunto de teorías basta preguntarse: En el nivel más fundamental ¿Qué es lo que distingue a un líquido de un sólido? Como ya se mencionó en la parte introductoria, en la literatura clásica se enfatiza que el sólido tiene la capacidad de retener su forma mientras que el fluido no; la consecuencia de esta propiedad es la capacidad de transmitir ondas transversales en los materiales sólidos, mientras que los líquidos adolecen de ellas.

Para no caer en esta típica respuesta, Frenkel consideró el caso de una transición de fase tratando de plantear en qué momento sólidos y líquidos compartían sus propiedades cualitativas. En particular aquí presentamos su idea de la extensión del concepto de cizalla a un líquido molecular, como se muestra en la figura 3.

En la Figura 3 se muestran dos esquemas de configuración de sus moléculas conformantes particular que podrían tener un fluido a un tiempo  $t = 0$  y a un tiempo posterior  $t = \tau$ . De acuerdo con Frenkel, durante un tiempo específico los fluidos tienden a mantener una configuración fija determinada, posteriormente, las moléculas y los espacios entre ellas se difundirán en el sistema hasta alcanzar una configuración que no tenga correlación alguna con las posiciones iniciales. Es durante este tiempo  $\tau$  que los elementos conformantes del líquido pueden ser tratados como la red amorfa de moléculas o átomos que forman un sólido; por lo tanto, es durante este periodo que el líquido es capaz de propagar y transmitir ondas transversales.

A este parámetro de caracterización se le conoce como tiempo de relajación del material, el cual fue propuesto por primera vez por J. C. Maxwell para la caracterización de materiales viscoelásticos. De forma reciente, estos conceptos han sido retomados y

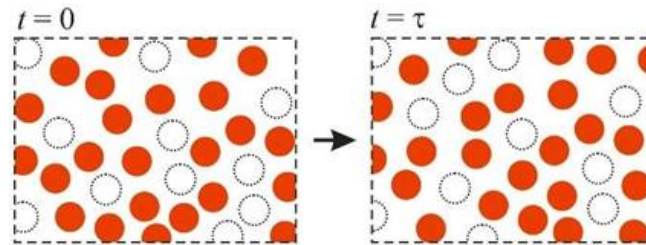


Fig. 3. Señales PA obtenidas con el arreglo experimental.

profundizados por M. Baggioli, A. Zaccone y colaboradores [11-13] para construir teorías generalizadas que son capaces de describir la propagación de modos transversales una gran cantidad de sistemas físicos.

El modelo parte de tratar por igual a las contribuciones elásticas y viscosas del material en donde la primera contribución se obtiene de la información de interacción de las moléculas desde sus posiciones de equilibrio y la segunda del tiempo de relajación  $\tau$  que hace referencia a las características de difusión de los átomos y/o moléculas que forman al líquido.

Particularmente se les llama teorías de brechas de momentum, debido a que las relaciones de dispersión obtenidas exhiben una brecha (gap) indicando que la propagación de la onda solo es posible a números de onda mayores o iguales a un valor umbral del partida, esto se interpreta fácilmente como la transmisión de un momentum mínimo para que el efecto ocurra.

Lo anterior se demuestra y discute con mucho detalle en la sección 2 de la referencia [11]. También se señala que la teoría de medios micropolares cuenta con relaciones de dispersión que exhiben brechas similares en el número de onda y la frecuencia. En este sentido es que no las consideramos ajenas a la descripción previamente discutida, sino como otra perspectiva del mismo problema, la descripción de sistemas mesoscópicos.

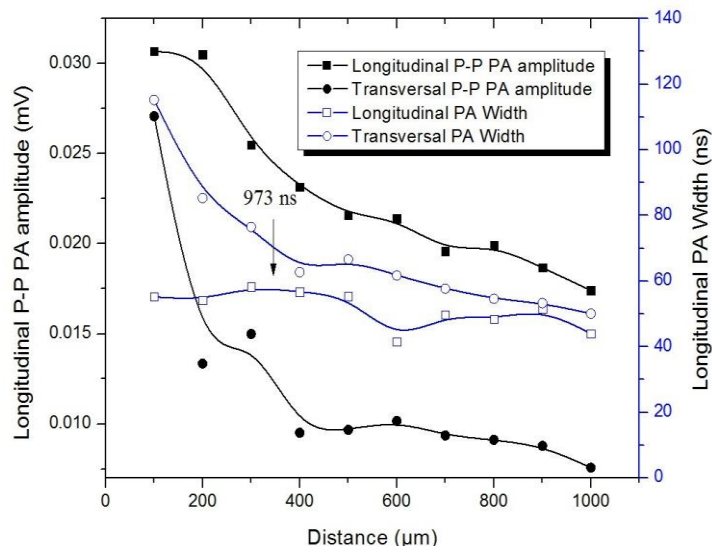
En la siguiente sección, conjuntamos todos los argumentos aquí esgrimidos para fundamentar el comportamiento experimental aquí reportado: La propagación de una onda de cizalla en agua, la cual solo logra propagarse una distancia y tiempo definidos.

## 5. Resultados y discusión

Para una mejor discusión de la figura 2, se presenta un resumen de la misma en la figura 4.

Se define como amplitud pico a pico de la señal PA a la distancia en voltaje que hay desde el mínimo de la señal hasta el máximo; por otra parte, se define al ancho PA como el intervalo de tiempo donde aparece el modo de propagación. Ambas definiciones se aplican tanto a la componente longitudinal como a la transversal del US. Ambos parámetros son graficados en función de la distancia de medición del sensor de fibra en la Figura 4.

De esta última figura, se identifica un decaimiento monótono, casi lineal en la amplitud pico a pico de la señal longitudinal, esto es de esperarse ya que la onda debe atenuarse por efecto de su distancia de propagación; en cambio, para la componente



**Fig. 4.** Comportamiento de la amplitud pico a pico de la señal PA y su ancho medio en función de la distancia de detección de la onda. Se muestran los resultados para ambos modos.

transversal, se observa una caída muy abrupta en los primeros 400 μm de distancia para posteriormente decaer de forma semejante a la componente longitudinal.

En lo que respecta al ancho temporal de los modos estudiados, para el longitudinal prácticamente se mantiene, mientras que para el transversal se adelgaza hasta casi alcanzar el ancho temporal correspondiente al modo longitudinal y seguir su misma tendencia.

El comportamiento resumido en la figura 4, coincide con la desaparición de la componente transversal, la cual solo es observable antes de los 400 μm de distancia en lo que respecta a la figura 2. Esto se puede interpretar justamente como el tiempo del fluido, el cual puede caracterizarse justamente con el tiempo de existencia de la onda PA transversal, el cual puede estimarse menor a 937 ns.

Este tiempo de existencia tan largo del modo transversal se justifica plenamente por las condiciones de confinamiento, discutidas del trabajo de Noirez [5] y en virtud de las frecuencias típicas del efecto PA que están en el rango de los MHz. Este tiempo de existencia, en la interpretación más simple de la teoría de brechas de momentum, corresponde a la razón que hay entre el módulo de cizalla y el coeficiente de viscosidad de difusión de las moléculas.

En el trabajo de Baggioli [13] se menciona que se debe ser cuidadosos con la interpretación directa de este tiempo de relajación, ya que en la práctica lo que se puede medires su valor promedio o de expectación, reflejando justamente un parámetro de características mesoscópicas. Finalmente, no se debe perder de vista que mientras exista un módulo de cizalla en el material, la velocidad de propagación del US deberá verse modificada de acuerdo a la Ec. (1) y a lo expuesto en la investigación de Ruocco y Sette [4].

## 6. Conclusiones y perspectivas

Se demuestra la existencia de ondas de cizalla en agua vía USIL o efecto PA, este modo de propagación solo logra subsistir un tiempo menor a 973 ns o equivalentemente una distancia menor a 400  $\mu\text{m}$ . Este fenómeno es posible gracias a las condiciones parciales de confinamiento en el experimento, así como al rango de frecuencias del USIL, logrando un fenómeno intermedio entre lo reportado por Ruocco y Noirez.

De las teorías discutidas en esta investigación consideramos más adecuada para describir a este fenómeno a la teoría de brechas de momentum ya que presenta de forma natural el concepto de tiempo de decaimiento, el cual es relacionado con la existencia del modo transversal.

La teoría de medios micropolares, aunque puede capturar los parámetros micrométricos de las muestras, aún requiere una conexión adicional para lograr convertir esta información en la correspondiente al proceso difusivo del material. Finalmente, la aparición de la onda transversal obliga a modificar la velocidad de propagación de la onda longitudinal; aspecto que también está contemplado en las investigaciones citadas en esta investigación.

La perspectiva inmediata es lograr mayor resolución en el tamaño de paso de la montura micrométrica, para caracterizar de mejor forma el tiempo de decaimiento de la onda transversal. Bajo el actual esquema no se cuenta con suficiente resolución para verificar las oscilaciones en la velocidad longitudinal de propagación.

## References

1. Xia, J., Yao, J., Wang, L. V.: Photoacoustic tomography: principles and advances. *Progress In Electromagnetics Research*, Vol. 147, 1–22 (2014) doi:10.2528/PIER14032303
2. Gnyawali, V., Strohm, E. M., Tsai S. S. H., Kolios M. C.: Simultaneous ultrasound and photoacoustic based Flow cytometry. In: *Proceedings Conference Photons Plus Ultrasound: Imaging and Sensing*, SPIE, vol. 10494, pp. 32–37 (2018)
3. Landau, L. D., Lifshitz, E.: *Fluid mechanics. Course of Theoretical Physics*, vol. 6 (2013)
4. Ruocco, G., Sette, F.: The history of the “fast sound” in liquid water. *Condensed Matter Physics*, vol. 11, no. 1, pp. 29–46 (2008)
5. Noirez, L., Baroni, P.: Identification of a low-frequency elastic behavior in liquid water. *Journal Physics: Condensed Matter*, vol. 24, pp. 372101 (2012) doi: 10.1088/0953-8984/24/37/372101
6. Zaccone, A., Trachenko, K.: Explaining the low-frequency shear elasticity of confined liquids. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 117, no. 33, pp.19653–19655 (2020) doi: 10.1073/pnas.2010787117
7. Nimtz, G., Weiss, W.: Relaxation time and viscosity of water near hydrophilic surfaces. *Z. Physik B - Condensed Matter*, vol. 67, pp. 483–487 (1987) doi: 10.1007/BF01304117
8. Eringen, C.: *Microcontinuum Field Theories: I. Foundations and Solids: Foundations and Solids*, vol. 1 (1999)
9. Frenkel, F.: Kinetic theory of liquids. *Science*, vol. 106, pp. 174 (1946) doi: 10.1126/science.106.2747.174.b
10. Baggioli, M., Vasin, M., Brazhkin, V., Trachenko, K.: Gapped momentum states. *Physics Reports*, vol. 865, pp. 1–44 (2020) doi: 10.1016/j.physrep.2020.04.002
11. Dupourqué, S., Tibaldo, L., von Ballmoos, P.: Constraints on the antistar fraction in the Solar System neighborhood from the 10-year Fermi Large Area Telescope gamma-ray source catalog. *Physical Review D*, vol. 103, no. 8, pp. 086001 (2021)

*Jorge Enrique Alba-Rosales, Yanier Ojeda-Morales, Geminiano Donaciano Martínez-Ponce*

12. Baggioli, M., Landry, M., Zaccone, A.: Deformations, relaxation, and broken symmetries in liquids, solids, and glasses: A unified topological field theory. *Physical Review E.*, vol. 105, no. 1-2, pp. 024602 (2022) doi: 10.1103/PhysRevE.105.024602



# Herramienta de software para la visualización de la criptografía basada en retículas

Jaziel D. Flores-Rodríguez<sup>1</sup>, Miguel E. Pérez-Ibarra<sup>1</sup>,  
Fernando Q. Valencia-Rodríguez<sup>2</sup>, Alfonso F. De-Abiega-L'Eglise<sup>3</sup>,  
Gina Gallegos-García<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Física y Matemáticas,  
México

<sup>2</sup> Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Cómputo,  
México

<sup>3</sup> Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,  
Unidad Culhuacan,  
México

<sup>4</sup> Instituto Politécnico Nacional,  
Centro de Investigación en Computación,  
México

ggallegos@cic.ipn.mx

**Resumen.** En la actualidad la criptografía post-cuántica puede ser estudiada a través de una categorización que marca la diferencia entre la criptografía basada en isogéneas de curvas elípticas, ecuaciones de múltiples variables y retículas, por mencionar algunas. Desde el punto de vista de la geometría de números, las retículas llamadas Lattices por su nombre en inglés, son estructuras geométricas que también pueden verse como el conjunto de todas las combinaciones enteras de las denominadas  $\mathbb{Z}$ -bases que son conjuntos de vectores linealmente independientes. Con base en ello, en este trabajo se presenta el diseño de una herramienta de software, que emplea un motor de animación matemático llamado Manim y PyOpenGL, la plataforma interoperable de Python que permite unir OpenGL con otras interfaces de programación de aplicaciones. Su uso permitirá visualizar, de manera gráfica, las retículas además de mostrar su contenido sustancial.

**Palabras clave:** Algoritmos de reducción de retículas, criptografía, desarrollo de software.

## Software Tool for Grid-Based Cryptography Visualization

**Abstract.** Currently, post-quantum cryptography can be studied through categorization that distinguishes between cryptography based on isogenous elliptic curves, equations of multiple variables, and lattices, to name a few.

From the perspective of number theory, lattices are geometric structures that can also be seen as the set of all integer combinations of the so-called  $\mathbb{Z}$ -bases, which are sets of linearly independent vectors. Based on this, this work presents the design of a software tool that utilizes a mathematical animation engine called Manim and PyOpenGL, the interoperable Python platform that enables the integration of OpenGL with other application programming interfaces. Its use will allow the graphical visualization of lattices, as well as the display of their substantive content.

**Keywords:** Lattice reduction algorithms, cryptography, software development.

## 1. Introducción

En 1994 Peter Shor desarrolló un algoritmo cuántico para resolver el problema de la factorización de un número y el problema del logaritmo discreto, el cual se conoció como algoritmo de Shor [12]. Este desarrollo se consideró de gran importancia dado que las construcciones criptográficas de llave pública, entre las que destacan, el esquema de RSA y ElGamal, utilizadas hasta la fecha, serían vulneradas llegada la existencia de una computadora cuántica. Lo anterior, ha generado que durante los últimos años, exista una oleada de investigación científica enfocada en el diseño y la construcción de esquemas criptográficos capaces de resistir ataques efectuados, tanto por computadoras clásicas, como por computadoras cuánticas.

Dichos esquemas reciben el nombre de esquemas post-cuánticos. Dependiendo de la funcionalidad y del problema en el que basan su seguridad, los esquemas post-cuánticos se clasifican en 5 tipos: isógenas de curvas elípticas, polinomios cuadráticos multivariados, códigos, hashes y esquemas basados en retículas. Específicamente hablando de los esquemas que basan su funcionalidad en retículas, el algoritmo más conocido es el esquema de cifrado de NTRU, siendo este uno de los más seguros y efectivos tanto en cómputo cuántico como en clásico [8].

Los ataques que se condieren más efectivos hacia el esquema de NTRU, hacen uso de algoritmos de reducción, que se enfocan en encontrar vectores muy cortos dentro de una retícula. Un algoritmo de este tipo, es el llamado LLL el cual se ejecuta en tiempo polinómico [4]. Años después, vinieron mejoras de algoritmos de reducción, entre las que destaca el algoritmo BKZ [5], que hasta la fecha se considera como el mejor algoritmo de reducción que puede ser puesto en la práctica.

Con base en lo anterior, en este trabajo se presenta el diseño de una herramienta de software para la visualización de la funcionalidad que poseen criptografía basada en retículas, muestra la funcionalidad de las construcciones criptográficas, antes mencionadas. El resto del documento, se organiza de la siguiente forma:

En la Sección 2 se pueden apreciar los trabajos relacionados con la investigación realizada en este documento. La Sección 3 dicta la teoría matemática detrás de los problemas existentes en las retículas, mostrando sus definiciones y teoremas. La Sección 4 muestra el diseño de la herramienta capaz de animar retículas de dos, tres, cuatro y cinco dimensiones. La Sección 5 muestra las pruebas que fueron realizadas a la herramienta de software, también presenta los resultados obtenidos.

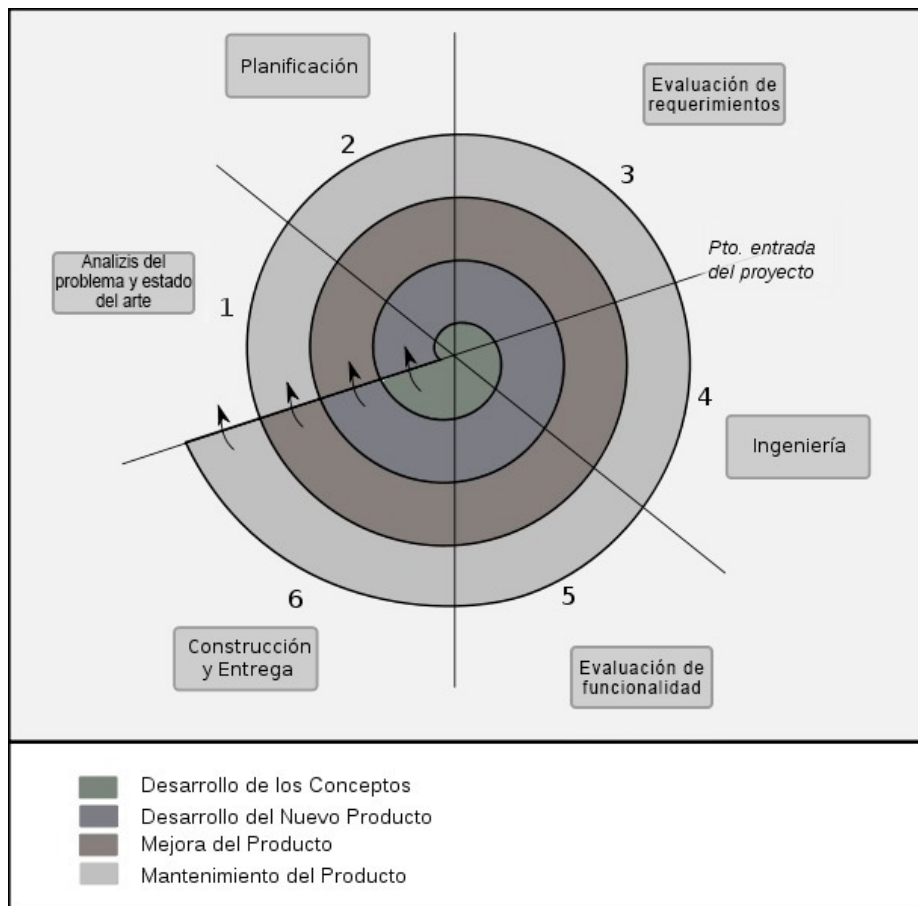


Fig. 1. Diagrama de metodología utilizada para el diseño de la herramienta para visualización.

La Sección 6 presenta la discusión de dichos resultados. Por último, la Sección 7 señala las conclusiones y el trabajo a futuro que se desprende de esta herramienta de software para visualización de la criptografía basada en retículas.

## 2. Estado del arte

A la fecha, se han construido herramientas de software que tienen la tarea de mostrar la funcionalidad de las diferentes construcciones criptográficas. Específicamente hablando de herramientas que implementen algoritmos de reducción como el Algoritmo LLL existen: Cryptography Tools [10], Maple [17], que tiene la función IntegerRelations[LLL]. Mathematica [18], que implementa la función LatticeReduce. PARI/GP [6], con la función qflll. Magma [16], que implementa las funciones LLL y LLLGram, haciendo uso de una matriz de Gram. Y CrypTool 2 [7], con Lattice-based cryptography.

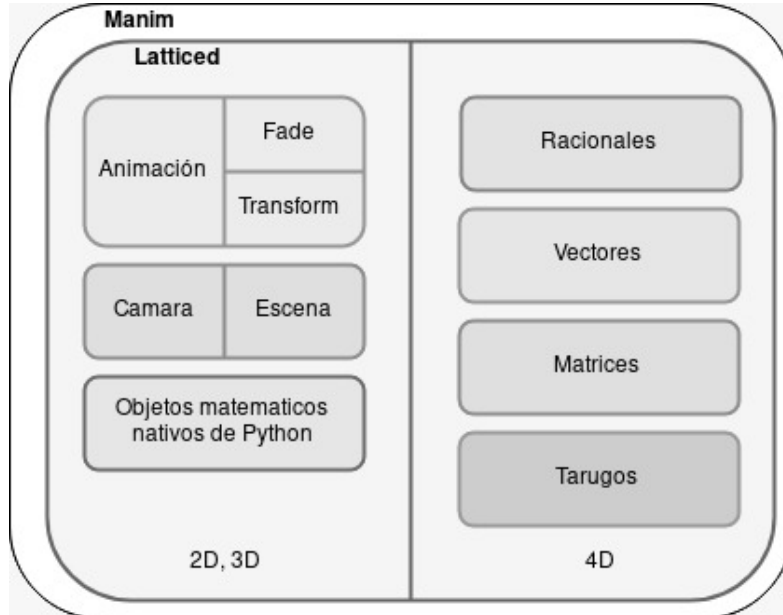


Fig. 2. Diagrama de bloques de la herramienta para visualización.

Sin embargo, la mayoría de estas herramientas muestran sus resultados sin visualizar su funcionalidad paso a paso. Es decir, al ingresar vectores como una entrada requerida, estas herramientas solamente dan una salida mostrada con los vectores reducidos y como coordenadas con números. Esto, sin mostrar el detalle que indique cómo se llegó a ellos, lo cual genera desconocimiento en gran medida del flujo de los datos del algoritmo y como consecuencia, en su significado geométrico [13]. Adicionalmente a ello, CrypTool 2 [7] permite trabajar únicamente con dimensión dos.

### 3. Marco teórico

En esta sección se presentan las definiciones, que se consideran más importantes para el diseño de la herramienta de software para visualización.

#### Definición 1.

Sea  $\mathbf{V}$  un  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial de dimensión  $n$ ,  $\beta = \{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m\}$  un conjunto linealmente independiente. Una retícula en  $\mathbf{V}$  generada por  $\beta$ , se define como el conjunto de todas las combinaciones lineales con elementos de  $\beta$  y escalares en  $\mathbb{Z}$ , denotada por  $\Lambda_\beta$  de la siguiente forma:

$$\Lambda_\beta = \left\{ \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{v}_i \mid \alpha_i \in \mathbb{Z}, \mathbf{v}_i \in \beta \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \right\}. \quad (1)$$

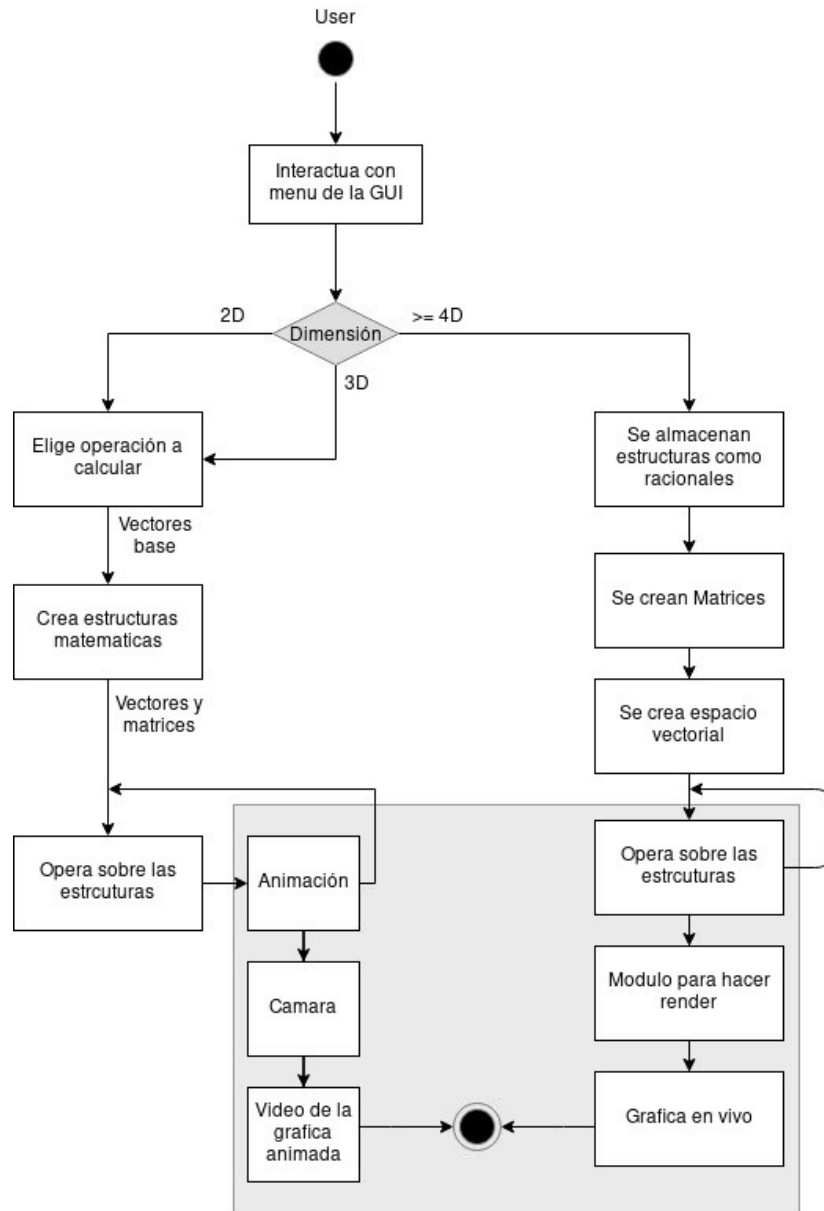


Fig. 3. Diagrama de procesos principales de la herramienta latticed.

Se dice que  $\beta$  forma una  $\mathbb{Z}$ -base para la retícula. En general, diferentes bases de  $\mathbf{V}$  generarán diferentes retículas. Aunque, si se considera la matriz de transición entre bases  $[T]_{\beta\beta'}$ , esta pertenece al grupo lineal general de  $\mathbb{Z}$ , es decir,  $GL_m(\mathbb{Z})$ . De esta forma, las retículas generadas por estas bases, serán isomorfas dado que  $[T]_{\beta\beta'}$  induce un isomorfismo entre las dos retículas [14].

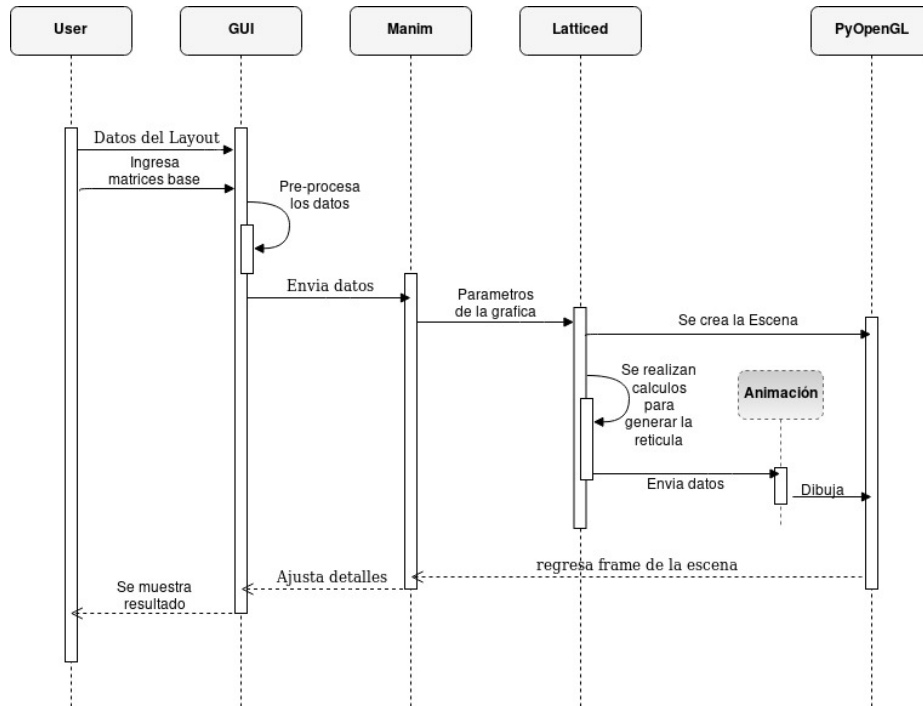


Fig. 4. Diagrama de secuencia de la herramienta latticed.

### Definición 2.

Sea  $\beta$  una base de  $\mathbf{V}$  un  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial de dimensión finita y  $\Lambda_\beta$  una retícula en  $\mathbf{V}$ . Un dominio fundamental para  $\Lambda_\beta$  se define como [14]:

$$\mathcal{F}(\Lambda_\beta) = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{v}_i \mid 0 \leq \alpha_i < 1 \right\}. \quad (2)$$

### 3.1. Problemas fundamentales y difíciles de las retículas

Desde un punto de vista criptográfico, la conjeturada intratabilidad de tres problemas fundamentales y difíciles dentro de las retículas, son la base de la seguridad de los criptosistemas que operan en este tipo de estructuras. De ahí, que para aplicaciones, las retículas se toman en espacios vectoriales, a menudo  $\mathbb{Q}^n$ , o módulos libres, por lo regular  $\mathbb{Z}^n$ . Para ello, se debe considerar un espacio normado  $(\mathbf{V}, \|\cdot\|)$  de dimensión  $n$ , y  $\Lambda$  como una retícula en  $\mathbf{V}$ , lo que permite definir lo siguiente:

El problema del vector más corto (SVP, por sus siglas en inglés) tiene como finalidad encontrar el vector no nulo más corto en  $\Lambda$ . El problema del vector más cercano (CVP por sus siglas en inglés), para el cuál dado un vector  $\mathbf{t} \in \mathbf{V}$ , tal que no esté en  $\Lambda$ , su objetivo es encontrar un vector en  $\Lambda$  más cercano a  $\mathbf{t}$ .

**Tabla 1.** Datos de entrada para la prueba de funcionalidad de las dimensiones 2 y 3 (2D/3D).

<b>Datos para las <math>\mathbb{Z}</math>-bases propuestas</b>				
	<b>Vectores</b>	<b>1D (u)</b>	<b>2D (u)</b>	<b>3D (u)</b>
Retícula degenerada	$v_1$	0.2	2.1	-
Retícula no degenerada	$v_1$	12	3	-
	$v_2$	4	7	-
Retícula 1-degenerada	$v_1$	2.3	1.66	5.4
Retícula 2-degenerada	$v_1$	0.5	1	2.3
	$v_2$	0	3	1
Retícula 3-degenerada	$v_1$	13	2	5
	$v_2$	12	5	6
	$v_3$	10	3	7
<b>Datos para el dominio fundamental</b>				
	<b>Vectores</b>	<b>1D (u)</b>	<b>2D (u)</b>	<b>3D (u)</b>
Retícula no degenerada bidimensional	$v_1$	0.4	1	-
	$v_2$	2.2	0.3	-
Retícula no degenerada tridimensional	$v_1$	0.5	2	1
	$v_2$	1	3	0.4
	$v_3$	3	1	0.6
<b>Datos para el conjunto linealmente dependiente aplicado al LLL</b>				
	<b>Vectores</b>	<b>1D (u)</b>	<b>2D (u)</b>	<b>3D (u)</b>
Retícula no degenerada bidimensional	$v_1$	1	1	-
	$v_2$	2	2	-
Retícula no degenerada tridimensional	$v_1$	1	1	1
	$v_2$	2	3	4
	$v_3$	2	2	2

Por último, el problema de aproximación al vector más cercano (apprCVP por sus siglas en inglés), para este, dado  $\mathbf{t} \in \mathbf{V}$ , se debe encontrar un vector  $\mathbf{v} \in \Lambda$  tal que  $\|\mathbf{v} - \mathbf{t}\|$  es pequeño. Es decir,  $\|\mathbf{v} - \mathbf{t}\| \leq k \min_{\mathbf{w} \in L} \|\mathbf{w} - \mathbf{t}\|$  para una constante  $k$  pequeña.

Para estos problemas, la reducción de una retícula es el nombre dado al problema práctico de resolver los problemas SVP y CVP. Es decir, encontrar vectores razonablemente cortos y bases buenas o más convenientes [15].

### 3.2. Bases razonablemente buenas

La idea de la reducción de la base recae en cambiar una base  $\beta$  de una retícula  $\Lambda$  en otra base más corta  $\beta'$  de tal manera que permanezca inalterada. Para hacer esto, se pueden usar las siguientes operaciones: Intercambio de dos vectores de la base. Reemplazo de  $v_j$  por  $-v_j$  para sumar o restar a un vector  $v_j$ , una combinación lineal y discreta de los otros vectores de la base. Todas estas operaciones, sin que  $\Lambda$  se vea afectada [9].

**Tabla 2.** Datos de entrada para la prueba de funcionalidad de las dimensiones 4 y 5 (4D/5D).

Datos para las $\mathbb{Z}$ -bases propuestas						
	Vectores	1D (u)	2D (u)	3D (u)	4D (u)	5D (u)
<b>Retícula degenerada</b>	$v_1$	1	0	0	0	-
	$v_2$	0	2	0	0	-
	$v_3$	0	0	3	0	-
	$v_4$	0	0	0	4	-
<b>Retícula no degenerada</b>	$v_1$	0.5	0	0	0	0
	$v_2$	0	1	0	0	0
	$v_3$	0	0	1.5	0	0
	$v_4$	0	0	0	2	0
	$v_5$	0	0	0	0	2.5

### 3.3. Condiciones de tamaño y pseudo-ortogonalidad

Suponiendo un conjunto linealmente independiente de vectores  $\{v_1, \dots, v_n\}$  y después del proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt se obtiene un conjunto  $\{v^*_1, \dots, v^*_n\}$ . Si algún coeficiente en dicho proceso satisface:

$$\frac{v_i \cdot v^*_j}{\|v^*_j\|^2} > \frac{1}{2}. \tag{3}$$

Al reemplazar  $v_i$  por  $v_i - av_j$  con un  $a$  apropiado en  $\mathbb{Z}$ , se hace el coeficiente más pequeño. De ahí que se dice que una base satisface la condición de tamaño si:

$$\frac{|v_i \cdot v^*_j|}{\|v^*_j\|^2} \leq \frac{1}{2}, \quad \forall i < j. \tag{4}$$

Para equilibrar esto, se requiere que los vectores base sean lo más ortogonales entre sí, por lo que debe imponer la condición de pseudo-ortogonalidad, donde:

$$\|v^*_{i+1}\| \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \|v^*_i\|. \tag{5}$$

De ahí que se tiene el Teorema de Hermite, definido en el Teorema 1. La demostración de dicho Teorema, puede consultarse en [2].

**Teorema 1 (Hermite.)** En cada retícula existe una base que satisface tanto la condición de tamaño como la condición de pseudo-ortogonalidad.

Desafortunadamente, los algoritmos más conocidos para encontrar bases son exponenciales en la dimensión. Por lo tanto, se debe cambiar la condición de pseudo-ortogonalidad a una menos estricta, llamada la condición de Lovász:

$$\|v^*_{i+1}\| \geq \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{|v_{i+1} \cdot v^*_i|}{\|v_i\|^2}} \|v^*_i\|. \tag{6}$$



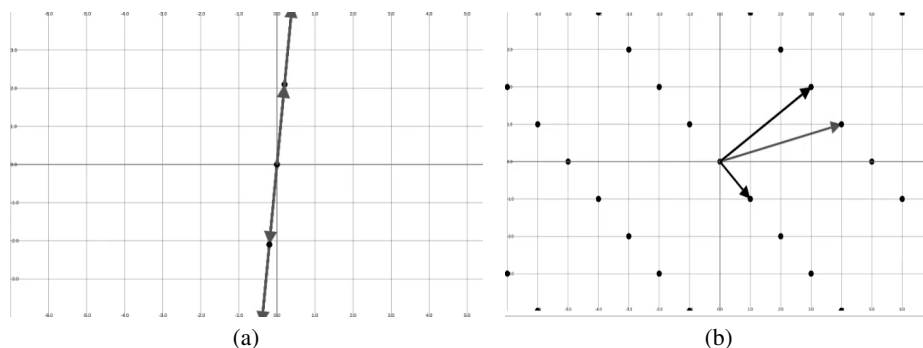


Fig. 5. Resultados obtenidos para las retículas en el espacio bidimensional.

La cuál indica que la proyección de  $v_{i+1}$  dentro del complemento ortogonal del subespacio generado por los vectores  $v_1, \dots, v_{i-1}$  es mayor o igual a tres cuartos de la proyección de  $v_i$  dentro del complemento ortogonal del subespacio generado por los vectores  $v_1, \dots, v_{i-1}$ , lo que resulta ser generalización de la condición de pseudo-ortogonalidad, resultando en el Teorema 2. Su demostración puede verse en [2].

**Teorema 2 (Lenstra, Lenstra, Lovász.)** Existe un algoritmo de tiempo polinómico que encuentra una base para que  $\Lambda$  satisfaga tanto la condición de tamaño como la condición de Lovász. Dichas bases se denominan bases reducidas de LLL.

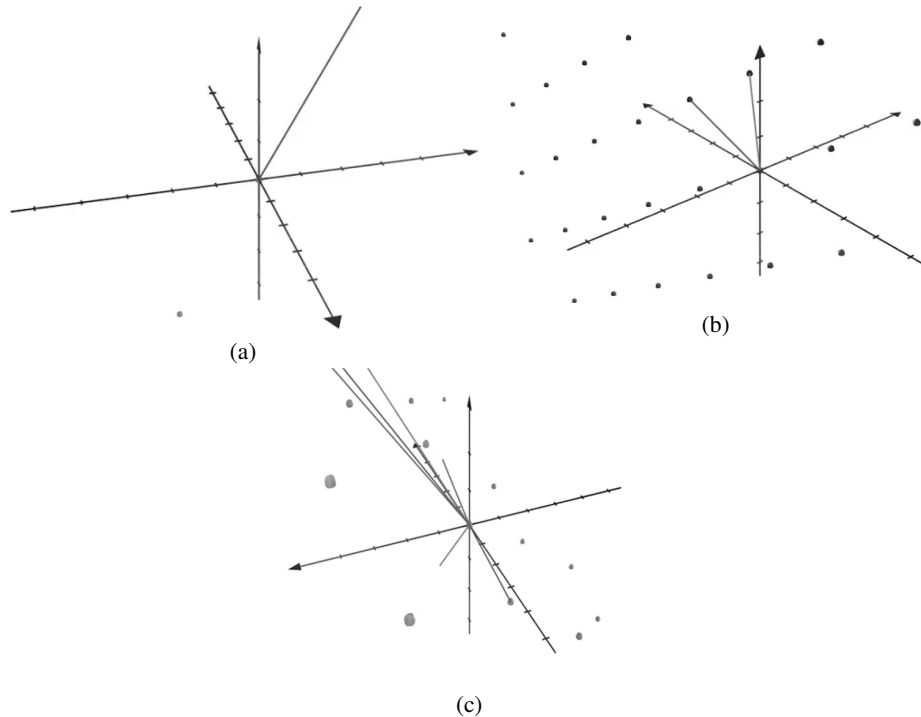
#### 4. Diseño de la herramienta

El desarrollo de la herramienta de software para la visualización de la criptografía basada en retículas considera el marco teórico de la Sección anterior dentro de la metodología de desarrollo de software en espiral, la cual permite tener una mejor fluidez, comunicación y división de trabajos [3]. De igual forma, permite empezar por funcionalidades básicas o generales, permitiendo mejorar y escalar el desarrollo de la herramienta.

Dicha metodología se ilustra con la Figura 1. A través de su uso, esta herramienta para visualización, además de implementar el algoritmo LLL, genera la gráfica de la retícula dada su base en un espacio euclideo, de tal forma que se tiene una herramienta para visualiza retículas en los espacios euclideos de dimensiones dos, tres, cuatro y cinco (2D, 3D, 4D y 5D).

##### 4.1. Bloques y módulos de la herramienta para visualización

Como se puede ver en la Figura 2, la herramienta se compone de dos bloques unidos por una interfaz gráfica (GUI), la cual permite escoger entre dos opciones, la primera opción para dimensión dos y tres (2D/3D), la segunda para dimensión cuatro y cinco (4D/5D). Ambos bloques utilizan funciones y estructuras de la librería Manim [11] para graficar retículas degeneradas como no degeneradas, pero se diferencian por los módulos que utilizan para generar las animaciones.



**Fig. 6.** Resultados obtenidos para las retículas en el espacio tridimensional.

Para el caso de las retículas degeneradas, Manim da la posibilidad de graficar un dominio fundamental de cada una y en el caso de las retículas no degeneradas, permite aplicar el algoritmo de reducción LLL en dimensión dos y tres (2D/3D). Las animaciones generadas para 2D/3D consideran tres módulos, el módulo de Animación que contiene a los submódulos Fade y Transform; el módulo de Cámara, que contiene al submódulo Escena; y por último el módulo de Objetos nativos de Python. El módulo de Animación se encarga de generar las transiciones frame a frame para la generación de la ecuación de la retícula.

Los submódulos generan una animación suave, realizan algunos efectos sobre la animación y transforman los vectores visibles para la cámara. El módulo de Cámara se encarga de captar la proyección de la escena que se encuentra en un espacio en 3D, realiza el corte del marco y genera una proyección en 2D para la generación de un video. Por último, el módulo de Objetos nativos de Python manipula los datos y realiza cálculos sobre los mismos.

Por otro lado, las animaciones generadas para 4D/5D se generan a través de la interacción de los módulos Racionales, Vectores, Matrices y Tarugos. Este bloque genera una animación o render que el usuario puede visualizar en tiempo real. Maneja datos de dimensiones superiores, por lo que se hace necesario contar con estructuras especializadas, de ahí que el módulo Racionales hace cálculos precisos, vectores almacena la información en una estructura conocida, así como en los módulos de Matrices y Tarugos, estos últimos usando el metodo de triangulización.

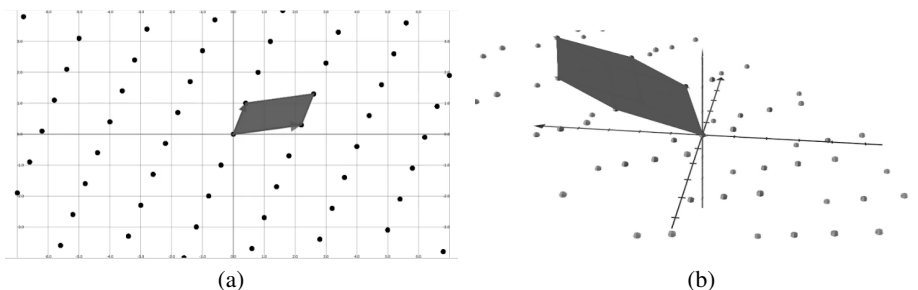


Fig. 7. Dominio fundamental.

De hecho, los tarugos de dimensiones cuatro y cinco aparecen cortados. Es decir, este módulo se diseñó para que solo se dibuje una celda por tarugo, de tal forma que solo se genera el render de una cara del cubo. Esto, con el fin de ahorrar poder de cómputo. De ahí, que una retícula de dimensión cuatro se visualiza por celdas específicas de tesseractos (cubos de dimensión cuatro) deformados por transformaciones lineales determinadas por la  $\mathbb{Z}$ -base de la retícula.

Lo mismo ocurre para la dimensión cinco, ya que la retícula se visualiza por cortes a los penteractos (cubos de dimensión cinco) y el sobrante de los cortes resultan ser tesseractos deformados por transformaciones lineales determinadas por la  $\mathbb{Z}$ -base de la retícula. Lo anterior, haciendo operaciones y transformaciones a través de Python 3.7 y la biblioteca llamada PyOpenGL.

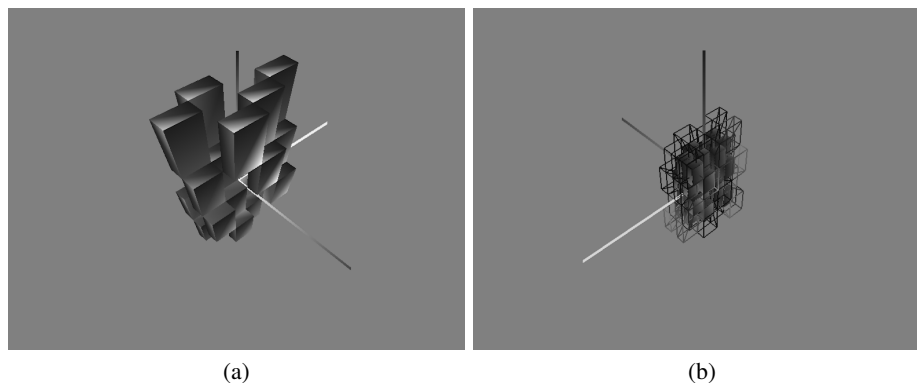
#### 4.2. Flujo de actividades de la herramienta para visualización

El flujo de acciones de la herramienta considera la interacción entre los bloques y módulos con el usuario a través de una interfaz (GUI), lo cual se ilustra con la Figura 3. El flujo tiene inicio para seleccionar una opción, ya sea dimensión 2D/3D o 4D/5D. Para la opción 2D/3D se tiene el despliegue de un video con el cálculo y la respectiva animación. En caso de que el usuario seleccione la dimensión 4D/5D, la herramienta despliega como resultado un render que permitirá visualizar la gráfica generada.

Para ambas opciones, el usuario deberá introducir los datos de las retículas que se van a generar y calcular. Una vez que la herramienta cuente con estos datos, se organizan en estructuras especiales para poder operar sobre ellos. Cuando se realizan las operaciones, se entra a un bucle en el cual se generarán los frames para el render. Este bucle producirá los frames necesarios. Cabe destacar que durante este proceso se siguen realizando cálculos sobre los datos. Al final, se genera el respectivo resultado, el cual se muestra en pantalla para el usuario.

#### 4.3. Secuencia de datos en la herramienta para visualización

La secuencia que sigue la herramienta para visualización tiene inicio cuando el usuario introduce datos para indicar cómo espera que se visualice el resultado. Estos, hacen referencia a la cámara y el tamaño, por mencionar algunos. Después, se ingresan los datos que permitirán generar las retículas, mismos sobre los que se hacen los cálculos.



**Fig. 8.** Resultados obtenidos para las animaciones de retículas no degeneradas en dimensión 4D/5D.

Estos datos se procesan para determinar la precisión y posteriormente ubicarlos en las estructuras adecuadas al tipo de dato que se introdujo de manera previa. Una vez que se tienen los datos estructurados, Manim y Latticed los operan de tal forma que se generan los frames que conforman el render final. Por último, PyOpenGL genera la visualización para el despliegue del resultado. Esto se ilustra con la Figura 4.

## 5. Pruebas y resultados

Las pruebas ejecutadas a la herramienta para visualización fueron de funcionalidad, las cuales se enfocaron en diferenciar principalmente la estructura utilizada, así como la dimensión del render [1]. La Tabla 1 y Tabla 2 presentan los datos de entrada para dichas pruebas. La Tabla 1 lista los vectores utilizados para las dimensiones 2 y 3 (D2/D3). La Tabla 2 lista los vectores utilizados para la dimensión 4 y 5 (D4/D5). Los resultados obtenidos al ingresar los datos previamente listados, muestran la funcionalidad de la herramienta al momento de seleccionar, a través de la GUI, la opción referente a las dimensiones, ya sea 2D/3D o 4D/5D.

Después del escalonamiento del vector base y de la inserción de puntos, en la Figura 5 se puede ver la animación resultante para la dimensión 2 (2D). La Figura 5a se muestra la animación resultante del vector  $\mathbb{Z}$ -base  $v_1 = (0.2, 2.1)$ . En ese mismo sentido, la correcta implementación de los tarugos para la retícula no degenerada, así como del algoritmo de reducción LLL, permitió obtener la animación de la Figura 5b, resultado de la  $\mathbb{Z}$ -base formada por los vectores  $v_1 = (12, 3)$  y  $v_2 = (4, 7)$ . La Figura 6 presenta los resultados de la animación para las retículas en el espacio tridimensional.

La Figura 6a muestra el vector  $\mathbb{Z}$ -base es  $v_1 = (2.3, 1.66, 5.4)$ . En la Figura 6b se puede ver que su  $\mathbb{Z}$ -base está formada por los vectores  $v_1 = (0.5, 1, 2.3)$ ,  $v_2 = (0, 3, 1)$ . Finalmente, la animación de la Figura 6c está dada por los vectores  $v_1 = (13, 2, 5)$ ,  $v_2 = (12, 5, 6)$ ,  $v_3 = (10, 3, 7)$ . La obtención de las animaciones para la retícula 1 degenerada y la retícula 2 degenerada representan que la implementación de los tarugos es funcional, además de la correcta ejecución del algoritmo de reducción LLL a la retícula determinada por la  $\mathbb{Z}$ -base antes mencionada.

**Tabla 3.** Comparación de resultados obtenidos.

	Entradas				Salidas			
	Vectores	1D (u)	2D (u)	3D (u)	Vectores	1D (u)	2D (u)	3D (u)
Mathematica	$v_1$	12	3	-	$v_1$	4	7	-
	$v_2$	4	7	-	$v_2$	8	-4	-
Herramienta de visualización	$v_1$	12	3	-	$v_1$	4	7	-
	$v_2$	4	7	-	$v_2$	8	-4	-
Mathematica	$v_1$	13	2	5	$v_1$	-1	3	1
	$v_2$	12	5	6	$v_2$	-2	-2	1
	$v_3$	10	3	7	$v_3$	6	-1	9
Herramienta de visualización	$v_1$	13	2	5	$v_1$	-1	3	1
	$v_2$	12	5	6	$v_2$	-2	-2	1
	$v_3$	10	3	7	$v_3$	6	-1	9

La Figura 7 muestra la animación obtenida para el dominio fundamental. La Figura 7a representa la animación resultante para el conjunto de vectores que forman parte de una  $\mathbb{Z}$ -base:  $v_1 = (0.4, 1)$ ,  $v_2 = (2.2, 0.3)$ . Mientras que la Figura 7b muestra el resultado para la  $\mathbb{Z}$ -base que está formada por los vectores  $v_1 = (0.5, 2, 1)$ ,  $v_2 = (1, 3, 0.4)$ ,  $v_3 = (3, 1, 0.6)$ . Los resultados obtenidos para las dimensiones 4D/5D se muestran con la Figura 8, las cuales tomaron como entradas, la  $\mathbb{Z}$ -base, introducida a través de la GUI como enteros o racionales. La Figura 8a muestra la animación resultante para la  $\mathbb{Z}$ -base determinada por:  $v_1 = (1, 0, 0, 0)$ ,  $v_2 = (0, 2, 0, 0)$ ,  $v_3 = (0, 0, 3, 0)$ ,  $v_4 = (0, 0, 0, 4)$ . La Figura 8b muestra la animación resultante para la  $\mathbb{Z}$ -base formada por los vectores:  $v_1 = (1/2, 0, 0, 0, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, 0, 0, 0)$ ,  $v_3 = (0, 0, 3/2, 0, 0)$ ,  $v_4 = (0, 0, 0, 2, 0)$ ,  $v_5 = (0, 0, 0, 0, 5/2)$ .

## 6. Discusión

En los resultados obtenidos se muestra que la implementación del algoritmo LLL para reducir una retícula en las dimensiones dos, tres, cuatro y cinco (2D, 3D, 4D y 5D) la correcta funcionalidad, siempre y cuando los vectores introducidos no sean linealmente dependientes. En caso contrario, se efectúa una división por cero dentro del algoritmo LLL y se notifica con la excepción: try-except block. Un parámetro importante a considerar dentro de los resultados es la implementación de la teoría de los tarugos para optimizar los recursos computacionales a la hora de crear el render, ya que los resultados se observaron tanto en retículas degeneradas como en no degeneradas.

Esto dado que, entre más densa sea la retícula y mayor el número de elementos dentro del espacio de visualización, la herramienta necesita más tiempo para generar las animaciones. Esto, dado que la animación considera más elementos que mostrar en pantalla. Sin embargo, para las dimensiones 4D/5D se necesitó mucho más tiempo para graficar correctamente el número de aristas y vértices que se incrementaron notoriamente en comparación con las dimensiones 2D/3D.

Esto se debe a que entre más densa sea la retícula, y mayor número de elementos dentro del espacio de visualización, crece el tiempo de ejecución exponencialmente dentro a la herramienta, al terminar de animar, ya que debe animar más objetos en pantalla. La correcta funcionalidad de la herramienta de visualización aquí presentada, se puede observar en la Tabla 3 en donde se presenta una comparación de los resultados obtenidos y Mathematica, una de las herramientas revisadas en el estado del arte.

## **7. Conclusiones y trabajo futuro**

La teoría detrás de la criptografía basada en retículas es de ende matemático e inspirado por el reino geométrico, de ahí que surge la necesidad de visualizar su fundamento, quedando de gran utilidad una herramienta para la visualización de la criptografía basada en retículas. De ella, se puede destacar la animación obtenida con diferentes dimensiones, 2D, 3D, 4D y 5D, dado que permite mostrar el diseño de la primera herramienta de software para graficación y animación de retículas de distintas dimensiones a través del uso de algoritmos de reducción y de la teoría de tarugos.

Esta herramienta ha explorado distintas dimensiones, de las cuales, las dimensiones cuatro y cinco (4D/5D), dado el crecimiento exponencialmente en el número de elementos, toma tiempo en generar la animación respectiva, siendo así, el motor de animación el que podría verse como una desventaja. Como trabajo a futuro queda abierta la sugerencia de implementar el algoritmo LLL en dimensión cuatro y cinco de una manera visual y eficiente. Esto, cambiando a un lenguaje compilado en lugar de uno interpretado, como el que se utiliza en este trabajo, de forma tal que sea posible optimizar el tiempo de renderización.

## **Referencias**

1. Bartle, R. G.: The elements of real analysis (1991) Wiley and Sons
2. Bernstein, D. J., Buchmann, J., Dahmén, E.: Post-quantum cryptography. Springer (2009)
3. Boehm, B., Hansen, W.: Spiral development: Experience, principles, and refinements, pp. 47 (2000)
4. Buhler, J. P., Stevenhagen, P.: Algorithmic number theory. Lattices, number fields, curves and cryptography. Mathematical Sciences Research Institute Publications (2008)
5. Chen, Y., Nguyen, P. Q.: Bkz 2.0: Better lattice security estimates. Advances in Cryptology – ASIACRYPT, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7073, pp. 1–20 (2011) doi: 10.1007/978-3-642-25385-0\_1
6. Cohen, H.: PARI/GP (2018) [pari.math.u-bordeaux.fr/](http://pari.math.u-bordeaux.fr/)
7. Esslinger, B., Wacker, A., Kopal, N.: CrypTool 2 (2018) [www.cryptool.org/de/cryptool2](http://www.cryptool.org/de/cryptool2)
8. Hoffstein, J., Pipher, J., Silverman, J. H.: NTRU: A new high-speed public key cryptosystem (1996)
9. Lenstra, A. K., Lenstra, H. W., Lovász, L.: Factoring polynomials with rational coefficients. Mathematische Annalen, vol. 261, no. 4, pp. 515–534 (1982) doi: 10.1007/bf01457454
10. Microsoft: Microsoft cryptographic technologies (2018) [docs.microsoft.com/en-us/windows/win32/seccrypto/cryptography-tools](https://docs.microsoft.com/en-us/windows/win32/seccrypto/cryptography-tools)
11. Sanderson, G.: 3blue1brown (2019) [github.com/3b1b/manim](https://github.com/3b1b/manim)

12. Shor, P.: Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. In: Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pp. 124–134 (1994) doi: 10.1109/sfcs.1994.365700
13. Siegel, C. L., Chandrasekharan, K.: Lectures on the geometry of numbers (1989) doi: 10.1007/978-3-662-08287-4
14. Silverman, J. H., Pipher, J., Hoffstein, J.: An introduction to mathematical cryptography (2008) doi: 10.1007/978-0-387-77993-5
15. Simon, D.: Selected applications of LLL in number theory. Information Security and Cryptography, pp. 265–282 (2009) doi: 10.1007/978-3-642-02295-1\_7
16. University of Sydney: Magma computational algebra system (2010) magma.maths.usyd.edu.au/magma/
17. Waterloo Maple Inc: Maplesoft (2019) [www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=4498](http://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=4498)
18. Wolfram Research Inc: Mathematica (2020) [www.wolfram.com/?source=nav](http://www.wolfram.com/?source=nav)





Electronic edition  
Available online: <http://www.rcs.cic.ipn.mx>



<http://rsc.cic.ipn.mx>



Centro de Investigación  
en Computación