

Algoritmo de estimación de distribuciones para la segmentación de imágenes por umbralización multinivel

Jorge Armando Ramos Frutos, Israel Miguel Andrés,
Diego Oliva

Centro de Innovación Aplicada en Tecnologías Competitivas,
Centro de Pogradós,
México

{jramos.estudiantepicyt, imiguel}@ciatec.mx,
diego.oliva@academicos.udg.mx

Resumen. La segmentación de imágenes es una operación en el procesamiento digital de imágenes que divide una imagen en regiones que son completamente distintas. Existen distintos métodos para segmentar una imagen y uno de los métodos se denomina umbralización multinivel. La segmentación de imágenes por umbralización multinivel consiste en optimizar una función objetivo (Otsu) que evalúa el grado de diferencia entre las regiones. La función objetivo Otsu se utiliza para separar las imágenes en diferentes regiones maximizando la varianza entre las clases. En el presente artículo el objetivo es desarrollar un Algoritmo de Estimación de Distribuciones (EDA) que separe las imágenes maximizando la función objetivo Otsu. La experimentación se lleva a cabo utilizando un conjunto de imágenes de la Universidad de Berkeley. Se utiliza el EDA para segmentar las imágenes y se realiza una evaluación de la función objetivo (Otsu), la razón señal-ruido (*PSNR*) y, el índice de similitud de estructuras (*SSIM*). En la experimentación se observa que el valor de Otsu, *PSNR* y *SSIM* son más grandes al dividir la imagen en una mayor cantidad de regiones. Los resultados que se obtienen con el EDA hasta este punto de la investigación no se han comparado; bajo las mismas condiciones, con otros algoritmos, pero se observa un desempeño adecuado en la segmentación de las imágenes propuestas porque se alcanzan a distinguir las diferentes regiones de las imágenes segmentadas. La mayoría de los algoritmos metaheurísticos utilizan hiper-parámetros para su funcionamiento y el EDA no requiere de esa información para trabajar, esto es lo novedoso en propuesta del EDA para resolver el problema de segmentación de imágenes por umbralización multinivel.

Palabras clave: Algoritmo de estimación de distribuciones, segmentación, umbralización multinivel.

Estimation of Distribution Algorithm for Image Segmentation by Multilevel Thresholding

Abstract. Image segmentation is an operation in digital image processing that divides an image into regions that are completely distinct. There are different methods to segment an image and one of the methods is called

multilevel thresholding. Image segmentation by multilevel thresholding consists of optimizing an objective function (Otsu) that evaluates the degree of difference between regions. The Otsu objective function is used to separate the images into different regions by maximizing the variance between the classes. In this article the objective is to develop an Estimation of Distribution Algorithm (EDA) that separates the images by maximizing the Otsu objective function. The experimentation is carried out using a set of images from the University of Berkeley. The EDA is used to segment the images and an evaluation of the objective function (Otsu), the signal-to-noise ratio (*PSNR*) and the structure similarity index (*SSIM*) is performed. In experimentation it is observed that the value of Otsu, *PSNR* and *SSIM* are larger when dividing the image into a larger number of regions. The results obtained with the EDA up to this point of the investigation have not been compared; under the same conditions, with other algorithms, but an adequate performance is observed in the segmentation of the proposed images because it is possible to distinguish the different regions of the segmented images. Most of the metaheuristic algorithms use hyper-parameters for their operation and the EDA does not require this information to work, this is the novelty in the EDA proposal to solve the image segmentation problem by multilevel thresholding.

Keywords: Estimation of distribution algorithm, segmentation, multilevel thresholding.

1. Introducción

El procesamiento digital de imágenes es un proceso de aplicación de varias operaciones en una imagen para obtener información útil o generar una imagen con mejores características [1, 18]. Una de las operaciones consiste en segmentar la imagen en regiones [7]. Se pueden mencionar cinco técnicas para segmentar una imagen [15]: umbralización [3, 8, 12], métodos basados en bordes [5], métodos basados en regiones [19], redes neuronales artificiales [10, 13], entre otros.

La segmentación por umbralización se lleva a cabo con un histograma que grafica la cantidad de píxeles en cada nivel de iluminación de una imagen en escala de grises. La información del histograma se utiliza para el cálculo de la función objetivo que se utiliza como criterio de separación de las regiones que comprenden la imagen. Otsu [20] es una función objetivo que se obtiene calculando la varianza entre clases de las regiones en que se quiere dividir la imagen.

Al maximizar la función objetivo Otsu se obtienen las regiones de la imagen con la mayor varianza entre clases y son semejantes en la intensidad de sus píxeles. En la segmentación de imágenes por umbralización el objetivo principal es particionar la imagen en clases homogéneas, donde los elementos de cada clase comparten propiedades en común.

Las metaheurísticas son utilizadas para encontrar las posiciones de los umbrales que maximizan la función objetivo para que las regiones de las imágenes sean completamente distintas entre sí. Existe gran cantidad de metaheurísticas que se utilizan para resolver el problema de segmentación de imágenes por umbralización.



Fig. 1. Imágenes utilizadas para obtener resultados con el EDA.

Algunas metaheurísticas son: algoritmos genéticos (AG) [11], algoritmo diferencial evolutivo (DE) [6], colonia de abejas (ABC) [9], entre otras. El Algoritmo de Estimación de Distribuciones (EDA) es una metaheurística basada en el AG que cambia las operaciones de cruce y mutación por una operación de muestreo.

El EDA genera una población inicial con la codificación necesaria para cada tipo de problema, selecciona algunos individuos utilizando como criterio el valor que otorga al ser evaluado y genera un muestreo, al final realiza una operación de reemplazo para generar una población nueva. Wang *et al.* utiliza un EDA para resolver el problema de segmentación, pero ellos sólo resuelven el problema con dos umbrales.

Existen algunas métricas adicionales que ayudan con la evaluación de las metaheurísticas en el problema de segmentación de imágenes por múltiples umbrales como lo son la razón señal-ruido (*PSNR*, por sus siglas en inglés) y el índice de similitud de estructuras (*SSIM*, por sus siglas en inglés) [2]. Con estas métricas es posible tomar decisiones y ver cómo se comportan los algoritmos con diferentes imágenes y en diferentes niveles de umbralización. No se ha reportado en la literatura un EDA para la umbralización multinivel y que se analice utilizando las métricas.

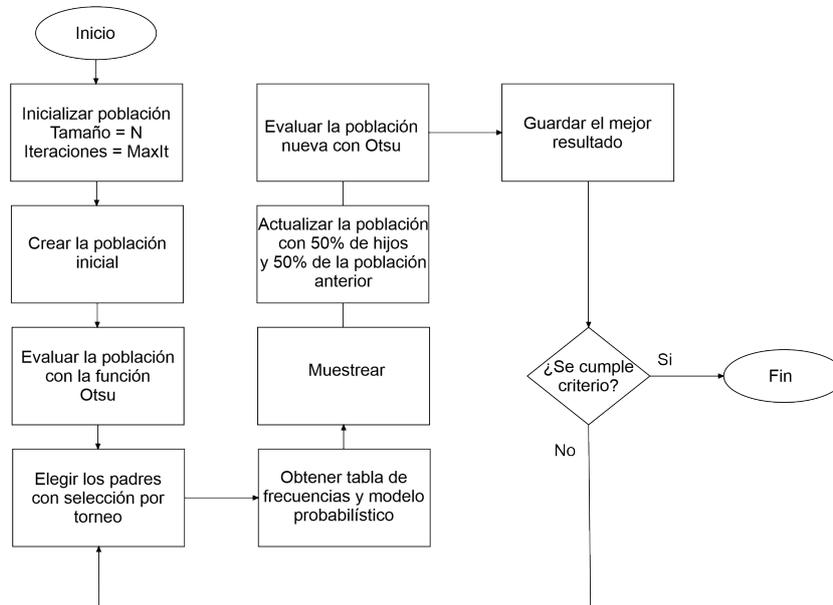


Fig. 2. Diagrama de flujo del EDA.

Por lo tanto, se debe establecer un algoritmo que maximice la función objetivo Otsu y que otorgue buenos resultados en las métricas de similitud de estructuras. El contenido de este documento se divide en 6 secciones.

La Sección 2 habla del Marco Teórico de la investigación el cual define el problema de segmentación por umbralización y se definen las operaciones realizadas en el EDA. En la Sección 3, se colocan las condiciones experimentales con una descripción de la computadora que se utilizó para correr el EDA y el conjunto de imágenes utilizado para obtener resultados.

La Sección 4 se establecen las métricas ya mencionadas y se presenta un diagrama de flujo del funcionamiento del EDA. Por último en la Sección 5, se muestran los resultados obtenidos con el EDA propuesto para la función Otsu y las métricas.

2. Marco teórico

En esta sección se hablará de la segmentación por Otsu y del EDA. Se explicará el problema de segmentación por umbralización y la función objetivo que se propone para evaluar el EDA. También se describen las operaciones que realiza el EDA para llevar a cabo la optimización.

2.1. Segmentación multinivel por el método de Otsu

En la segmentación multinivel por umbralización se trata de dividir una imagen en regiones lo más distintas posibles. Existen algunos métodos como Otsu [16] que utilizan un criterio de separabilidad de las regiones.

Tabla 1. Resultados obtenidos con el EDA.

Imagen	Th	Otsu	PSNR	SSIM	Mejor
Mandrill	2	1222.27886	37.5637616	0.73919049	[99 146]
	3	1326.55088	45.9666508	0.84477138	[90 127 162]
	4	1369.14673	56.0732861	0.92796017	[75 103 131 163]
	5	1386.89423	60.9947407	0.95013415	[68 101 131 152 175]
	2	1912.52694	48.2122084	0.84821121	[83 146]
Pimientos	3	2038.36763	56.2551189	0.9100436	[77 124 169]
	4	2122.08977	60.0245722	0.93436348	[61 104 136 170]
	5	2141.54018	67.1628198	0.95907517	[62 100 132 156 182]
	2	1706.30453	39.5384322	0.86342072	[118 176]
Aeroplano	3	1777.11955	49.4709847	0.92512015	[100 146 187]
	4	1818.97398	68.3978748	0.98467007	[73 111 162 202]
	5	1847.10466	73.9106507	0.99257013	[71 113 145 176 202]
	2	1994.1147	38.5790877	0.81679751	[131 190]
Huarache	3	2059.91767	46.6695781	0.87818936	[96 145 193]
	4	2081.87112	52.9217747	0.90974377	[90 133 171 202]
	5	2100.42416	56.4903036	0.92509441	[80 109 147 185 204]
	2	2562.82841	42.1057814	0.65284185	[86 159]
Estrella	3	2796.15621	49.505938	0.76500284	[68 119 179]
	4	2882.21268	54.6438462	0.81816347	[55 92 135 183]
	5	2927.87502	58.9060441	0.85393707	[50 83 118 150 196]
	2	721.289127	51.2531776	0.79990287	[71 139]
Avión	3	772.025719	58.5738219	0.86842808	[53 88 142]
	4	795.310477	61.3557121	0.88538171	[51 79 103 151]
	5	809.106223	68.0878796	0.91964491	[36 60 84 106 148]

Otsu maximiza la variación entre las regiones utilizando el histograma de frecuencias para la obtención de las varianzas de clases. La Ec. 1 muestra cómo se establecen las clases para la umbralización multinivel:

$$\begin{aligned}
 C_0 &= \{I_{ij} \in I(x, y) | 0 \leq I_{ij} \leq th_1 - 1\}, \\
 C_1 &= \{I_{ij} \in I(x, y) | th_1 \leq I_{ij} \leq th_2 - 1\}, \\
 &\vdots \\
 C_k &= \{I_{ij} \in I(x, y) | th_k \leq I_{ij} \leq th_{L-1}\},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

donde C_k es la clase k -ésima que corresponde a la región k -ésima, $I(x, y)$ corresponde a los píxeles de la imagen original, th_k es el umbral k -ésimo que se coloca en el histograma para que la imagen original sea segmentada.

Para aplicar el método de Otsu [16], es necesario obtener medias y varianzas esperadas de las distintas regiones, esto ayudará a obtener el criterio de separabilidad de las regiones en la imagen. La Ec. 2 muestra como es posible calcular la media de las clases [17]:

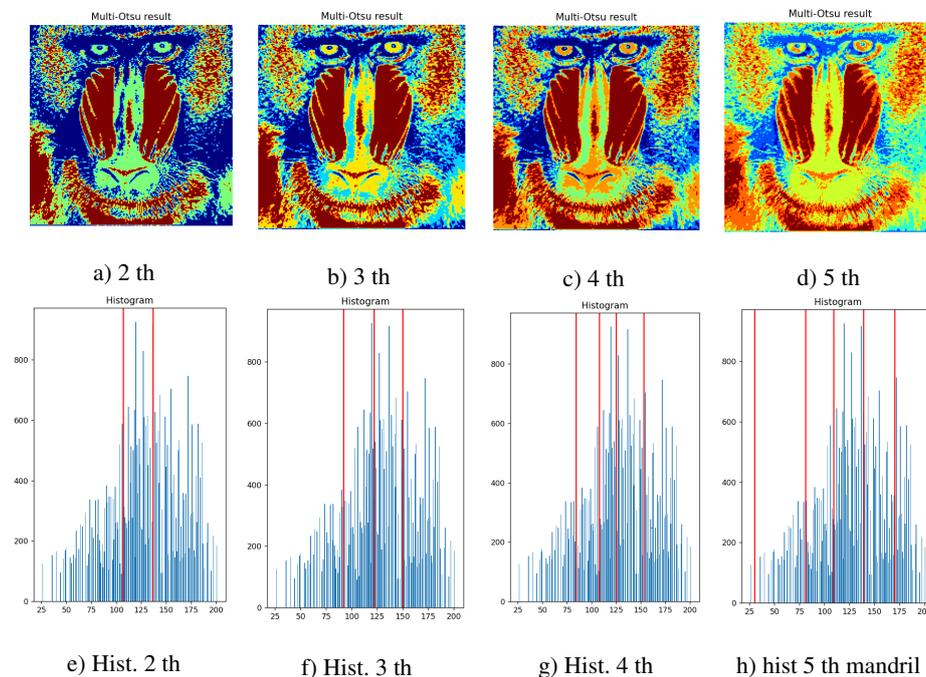


Fig. 3. Imágenes umbralizadas mandril.

$$\begin{aligned}
 \mu_0 &= \sum_{i=0}^{t_1-1} iP(i|C_0) = \frac{1}{\omega_0} \sum_{i=0}^{t_1-1} ip_i, \\
 \mu_1 &= \sum_{i=t_1}^{t_2-1} iP(i|C_1) = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=t_1}^{t_2-1} ip_i, \\
 &\vdots \\
 \mu_k &= \sum_{i=k}^{L-1} iP(i|C_k) = \frac{1}{\omega_k} \sum_{i=k}^{L-1} ip_i,
 \end{aligned} \tag{2}$$

donde i es el nivel de intensidad que va de $[0, 255]$, p_i es la probabilidad de encontrar el nivel de intensidad i -ésimo dada la Ec. 3:

$$p_i = \frac{n_i}{N}, \tag{3}$$

donde n_i es la cantidad de píxeles en el nivel i y N es la cantidad de píxeles en la imagen. Mientras que las varianzas de las clases se obtienen con la Ec. 4. Se puede ver que con el criterio de Otsu se utiliza la estadística para ver qué tan diferentes son las regiones entre sí:

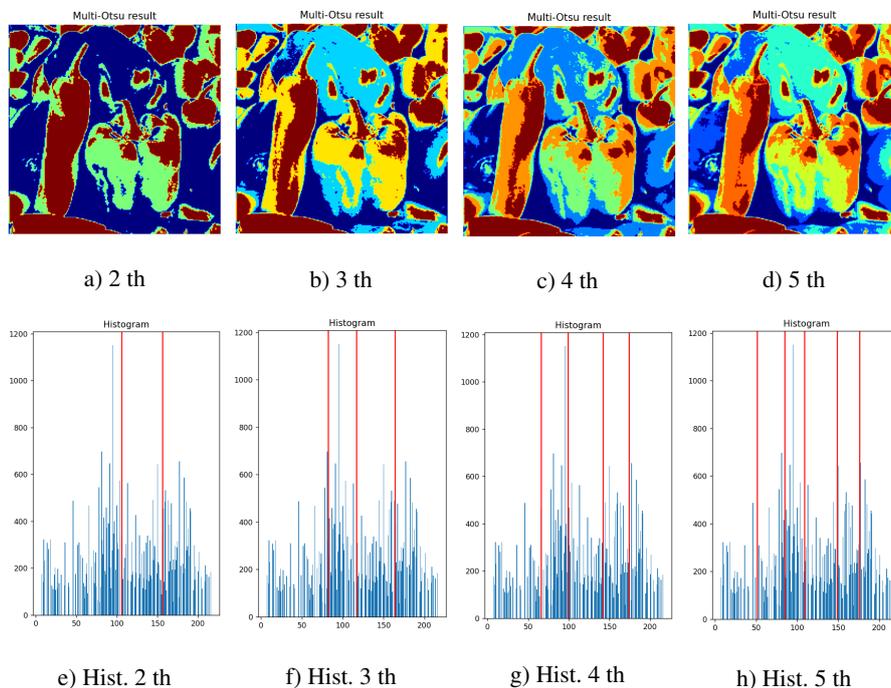


Fig. 4. Imágenes umbralizadas pimientos.

$$\begin{aligned}
 \sigma_0^2 &= \sum_{i=0}^{t_1-1} (i - \mu_0)^2 P(i|C_0) = \frac{1}{\omega_0} \sum_{i=1}^{t_1-1} (i - \mu_0)^2 p_i, \\
 \sigma_1^2 &= \sum_{i=t_1}^{t_2-1} (i - \mu_0)^2 P(i|C_1) = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=t_1}^{t_2-1} (i - \mu_1)^2 p_i, \\
 &\vdots \\
 \sigma_k^2 &= \sum_{i=k}^{L-1} (i - \mu_0)^2 P(i|C_k) = \frac{1}{\omega_k} \sum_{i=k}^{L-1} (i - \mu_k)^2 p_i.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Por lo tanto, se debe maximizar el criterio de Otsu para múltiples regiones como se muestra en la Ec. 5:

$$th_1^*, th_2^*, \dots, th_K^* = \max_{th_1^*, th_2^*, \dots, th_K^*} F(th_1^*, th_2^*, \dots, th_K^*). \tag{5}$$

2.2. Algoritmo de estimación de distribuciones

El EDA que se propone realiza tres operaciones: selección, muestreo y reemplazo, después de generar una población inicial y evaluarla [14]. Cada una de las operaciones mencionadas se describe a continuación. La Ec. 6 se propone para generar la población inicial de umbrales. La primer población se genera de manera aleatoria [20] utilizando números pseudoaleatorios con una distribución uniforme:

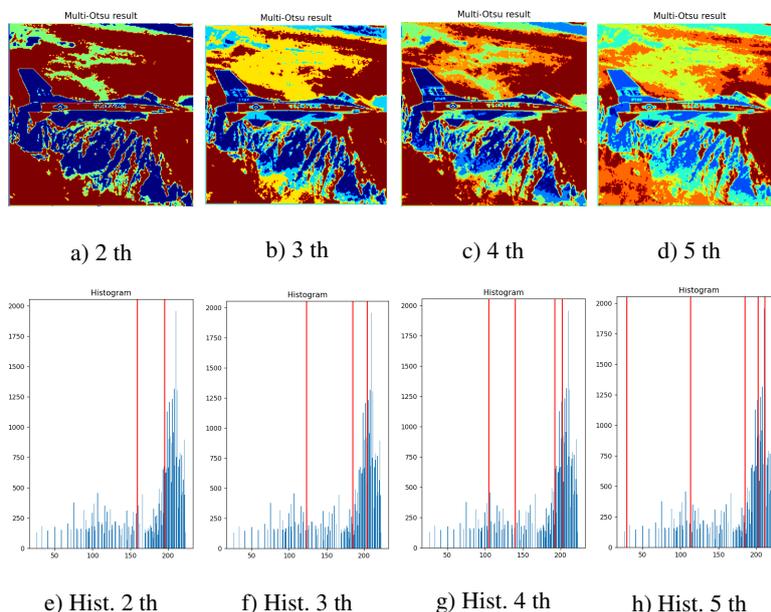


Fig. 5. Imágenes umbralizadas aeroplano.

$$th_{ij} = L_j + rand_j \times (U_j - L_j), \quad (6)$$

donde th_{ij} es el j -ésimo umbral del poblador i -ésimo, $rand_j$ es un número pseudoaleatorio entre cero y uno, L_j y U_j son los límites inferior y superior, respectivamente, estos equivalen van de $[0, 255]$. Cuando se tiene la población inicial, se evalúan los pobladores con la función objetivo Otsu, que se describe en la Sección 2.1.

Teniendo las evaluaciones de los pobladores se realiza la operación de selección por torneo. En la selección por torneo se toman dos pobladores al azar y se elige el que tenga una evaluación de la función objetivo más grande, en este caso porque es un problema de maximización. De la operación de selección se genera un conjunto de padres que será utilizado en el muestreo.

Para el muestreo se genera una tabla de frecuencias de los umbrales que aparecen en cada posición de los padres que se seleccionan para obtener las frecuencias relativas con la Ec. 7. Estas frecuencias relativas se usan para muestrear, aquel que tiene una mayor frecuencia relativa tiene una probabilidad más alta de ser elegido para formar parte de los hijos:

$$p(th_{kj}) = \frac{n(th_{kj})}{N}. \quad (7)$$

La probabilidad de obtener el umbral j de la clase k es $p(th_{kj})$, $n(th_{kj})$ es la cantidad de veces que aparece el umbral j en la clase k y, N es el número de pobladores que se definen y se generan en la población inicial.

Por último, se realiza un reemplazo con el 50 % de la población con la que se trabajo y el 50 % de los hijos que se obtienen por muestreo.

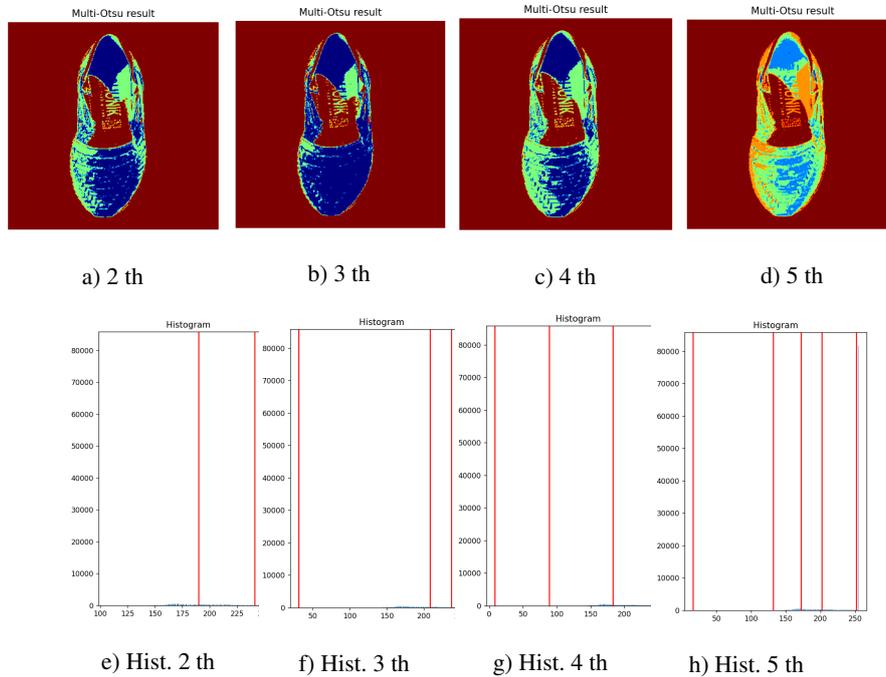


Fig. 6. Imágenes umbralizadas calzado.

3. Métodos y materiales

En esta sección, se muestran las condiciones experimentales y las imágenes con que se trabajan para evaluar el EDA.

3.1. Condiciones experimentales

Para llevar a cabo las corridas del EDA se utilizó una computadora con sistema operativo Windows 11, con procesador Core i7 de décima primera generación, 12 GB de memoria RAM, el lenguaje de programación Python versión 3.10.

3.2. Conjunto de imágenes

Se utilizaron cuatro imágenes para obtener resultados con el EDA propuesto (Fig. 1). Tres de las imágenes con un tamaño de 200 por 200 píxeles (Mandrill, Pimientos y, Avión), la imagen del Huarache con un tamaño de 300 por 400 píxeles y, las últimas dos imágenes (estrella de mar y avión) de 481 por 321. Este conjunto de imágenes se trabajó en escala de grises para realizar la operación de segmentación.

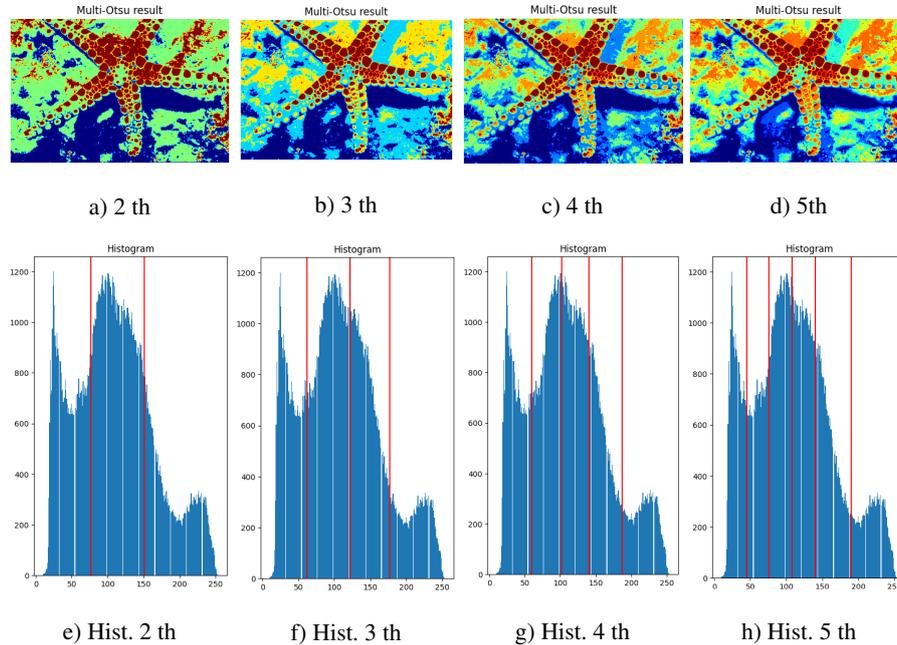


Fig. 7. Imágenes umbralizadas estrella.

4. Implementación

En esta sección se muestra el diagrama de flujo del algoritmo propuesto y algunas métricas que se utilizan para medir la calidad de la segmentación como: tiempo de procesamiento, razón señal-ruido (PSNR, por sus siglas en inglés) [4] y, el índice de similitud de estructuras (SSIM, por sus siglas en inglés) [21].

4.1. Algoritmo propuesto

El algoritmo propuesto inicia con definir la cantidad de iteraciones y la cantidad de pobladores generados en la población inicial. Después de elegir estos parámetros, se genera la población inicial. De la población inicial que se genera, se realiza la selección por torneo. Con los individuos electos se realiza un muestreo para obtener algunos hijos.

Dados estos hijos se realiza el reemplazo con el 50 % de hijos y 50 % de pobladores correspondientes a la población anterior para la generación de una nueva población. Si se cumple el criterio de paro (cantidad de iteraciones) el algoritmo deja de trabajar. Lo ya descrito se muestra en Fig. 2. El EDA, en comparación con otras metaheurísticas, no requiere de hiper-parámetros para su operación.

Los hiper-parámetros que se utilizan en otras metaheurísticas se deben configurar para obtener óptimos resultados. En el problema de umbralización multinivel no se ha reportado el EDA como método de solución. Por lo que se propone un EDA que genera su modelo probabilístico basado en la frecuencia de ocurrencia de los números entre 0 y 255 en cada nivel.

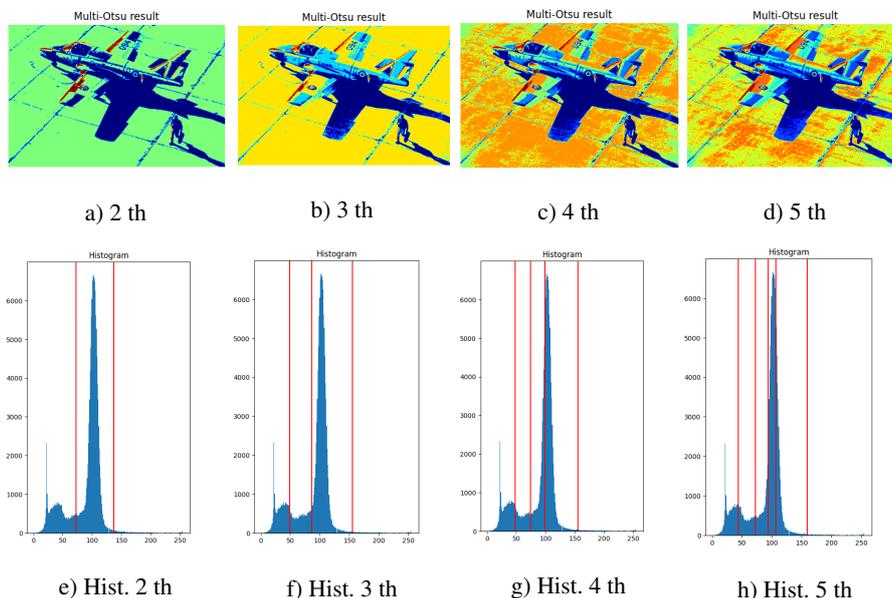


Fig. 8. Imágenes umbralizadas avión.

4.2. Métricas

El PSNR mostrado en la Ec. 8 es la razón señal-ruido que mide la diferencias que existen entre la imagen original y la imagen segmentada en promedio:

$$PSNR = 20 \log \left(\frac{255}{RMSE} \right), \quad (8)$$

donde $RMSE$, que se utiliza para obtener el $PSNR$, es el Error Cuadrado Medio calculado por la Ec. 9:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I(i, j) - S(i, j))^2}, \quad (9)$$

donde M , N son los tamaños de imagen, $I(i, j)$ es la imagen original y $S(i, j)$ es la imagen segmentada en un nivel particular. Valores altos en el PSNR indican mejores resultados en la segmentación por umbralización. El SSIM se calcula con la Ec. 10:

$$SSIM = \frac{(2\mu_I\mu_S + c_1)(2\sigma_{IS} + c_2)}{(\mu_I^2 + \mu_S^2 + c_1)(\sigma_I^2 + \sigma_S^2 + c_2)}, \quad (10)$$

donde I y S son la imagen original y la imagen segmentada, respectivamente. μ_I y μ_S son las medias de la imagen original y la imagen segmentada, respectivamente. σ_I^2 y σ_S^2 son las varianzas, σ_{IS} es la covarianza. Las constantes $c_1 = (0.01 \times 255)^2$ y $c_2 = (0.03 \times 255)^2$ se emplean para estabilizar el indicador [21]. Un $SSIM$ cercano a uno indica buenos resultados en la segmentación.

5. Resultados

Para los resultados se corrió el algoritmo en cada imagen 500 iteraciones, esto se realizó para cada imagen y para cada umbral. Se plantearon 4 niveles de umbralización (2, 3, 4 y 5) en la segmentación de las seis imágenes. El Cuadro 1 muestra los resultados obtenidos con el EDA.

En la primera columna se hace referencia a la imagen que se segmentó del conjunto de imágenes de la Fig. 1, la siguiente columna indica la cantidad de umbrales que se utilizaron, en la tercera columna se muestran los resultados del EDA en la función objetivo, las columnas cuatro y cinco muestran dos de las métricas que se mencionan (PSNR y SSIM) y, en la última columna se muestra la combinación de umbrales con que se tiene un valor máximo de Otsu.

Se puede observar en el Cuadro 1 que al incrementar la cantidad de regiones en la imagen el valor de la función Otsu incrementa, al igual que el *PSNR* y el *SSIM*. Las imágenes segmentadas utilizando los valores de umbralización con que se optimiza Otsu y sus histogramas se muestran en la Figuras 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

Cada imagen tiene un histograma único y el EDA segmentó las diferentes regiones de las imágenes probadas. La característica principal del EDA es que no requiere de parámetros para su funcionamiento, el algoritmo propuesto genera un modelo de probabilidad con el que genera las poblaciones que convergen en el óptimo de la función objetivo.

La contribución de este trabajo es utilizar un algoritmo que no utilice hiper-parámetros para obtener la solución del problema de segmentación por umbralización multinivel. Otros algoritmos utilizan hiper-parámetros en sus operaciones, algunos ejemplos son: los AG utilizan operadores de cruce y mutación, en ellos se deben elegir las probabilidades de cruce y mutación, en el DE se define un factor de escala y una probabilidad de cruce, entre otros.

Al tener hiper-parámetros en sus operaciones, se deben elegir de forma cuidadosa para obtener resultados óptimos, mientras que en el EDA no es necesario realizar esa optimización.

6. Conclusiones

El EDA es un algoritmo que no utiliza hiper-parámetros para operar. La operación de selección y el muestreo hacen que el EDA tenga la capacidad de explotación del espacio de búsqueda porque la selección por torneo elige a los mejores individuos del conjunto que conforma la población.

Con base en estos individuos que se eligen se realiza el muestreo tomando en cuenta la tabla de frecuencias que se genera por cada umbral. Por último, la operación de reemplazo ayuda a que el EDA considere las poblaciones anteriores. Se observa que el EDA resuelve el problema de segmentación por umbralización utilizando un modelo probabilístico en la generación de soluciones.

La función objetivo y las dos métricas (*PSNR* y *SSIM*) son mayores cuando la cantidad de regiones a segmentar aumenta. Los resultados de la segmentación de las imágenes con el EDA se muestran con un mapa de colores en la imagen que logra

separar las diferentes regiones de un conjunto de seis imágenes que se extraen de una base de datos de la Universidad de Berkeley.

Referencias

1. Abd Elaziz, M., Ewees, A. A., Oliva, D.: Hyper-heuristic method for multilevel thresholding image segmentation. *Expert Systems with Applications*, vol. 146, pp. 113201 (2020) doi: 10.1016/j.eswa.2020.113201
2. Abd Elaziz, M., Lu, S.: Many-objectives multilevel thresholding image segmentation using Knee evolutionary algorithm. *Expert systems with Applications*, vol. 125, pp. 305–316 (2019) doi: 10.1016/j.eswa.2019.01.075
3. Abd Elaziz, M., Lu, S., He, S.: A multi-leader whale optimization algorithm for global optimization and image segmentation. *Expert Systems with Applications*, vol. 175, pp. 114841 (2021) doi: 10.1016/j.eswa.2021.114841
4. Agrawal, S., Panda, R., Bhuyan, S., Panigrahi, B. K.: Tsallis entropy based optimal multilevel thresholding using cuckoo search algorithm. *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 11, pp. 16–30 (2013) doi: 10.1016/j.swevo.2013.02.001
5. Al-Amri, S. S., Kalyankar, N., Khamitkar, S.: Image segmentation by using edge detection. *International Journal on Computer Science and Engineering*, vol. 2, no. 3, pp. 804–807 (2010)
6. Bhandari, A. K.: A novel beta differential evolution algorithm-based fast multilevel thresholding for color image segmentation. *Neural Computing and Applications*, vol. 32, no. 9, pp. 4583–4613 (2020)
7. Chauhan, R., Joshi, R.: Comparative evaluation of image segmentation techniques with application to MRI segmentation. In: *Proceedings of International Conference on Machine Intelligence and Data Science Applications*, pp. 521–537 (2021) doi: 10.1007/978-981-33-4087-9_44
8. Dinkar, S. K., Deep, K., Mirjalili, S., Thapliyal, S.: Opposition-based laplacian equilibrium optimizer with application in image segmentation using multilevel thresholding. *Expert Systems with Applications*, vol. 174, pp. 114766 (2021) doi: 10.1016/j.eswa.2021.114766
9. Ewees, A. A., Abd Elaziz, M., Al-Qaness, M. A., Khalil, H. A., Kim, S.: Improved artificial bee colony using sine-cosine algorithm for multi-level thresholding image segmentation. *IEEE Access*, vol. 8, pp. 26304–26315 (2020) doi: 10.1109/ACCESS.2020.2971249
10. He, B., Hu, W., Zhang, K., Yuan, S., Han, X., Su, C., Zhao, J., Wang, G., Wang, G., Zhang, L.: Image segmentation algorithm of lung cancer based on neural network model. *Expert Systems*, vol. 39, no. 3, pp. e12822 (2022) doi: 10.1111/exsy.12822C
11. Hilali-Jaghdam, I., Ishak, A. B., Abdel-Khalek, S., Jamal, A.: Quantum and classical genetic algorithms for multilevel segmentation of medical images: A comparative study. *Computer Communications*, vol. 162, pp. 83–93 (2020) doi: 10.1016/j.comcom.2020.08.010
12. Houssein, E. H., Helmy, B. E., Oliva, D., Elnagar, A. A., Shaban, H.: A novel black widow optimization algorithm for multilevel thresholding image segmentation. *Expert Systems with Applications*, vol. 167, pp. 114159 (2021) doi: 10.1016/j.eswa.2020.114159
13. Jha, D., Riegler, M. A., Johansen, D., Halvorsen, P., Johansen, H. D.: Doubleu-net: A deep convolutional neural network for medical image segmentation. In: *IEEE 33rd International Symposium on Computer-Based Medical Systems*, pp. 558–564 (2020) doi: 10.48550/arXiv.2006.04868
14. Larranaga, P.: A review on estimation of distribution algorithms. *Estimation of Distribution Algorithms*, pp. 57–100 (2002) doi: 10.1007/978-1-4615-1539-5_3

15. Oliva, D., Abd-Elaziz, M., Hinojosa, S.: Metaheuristic algorithms for image segmentation: Theory and applications (2019) doi: 10.1007/978-3-030-12931-6
16. Otsu, N.: A threshold selection method from gray-level histograms. In: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 9, pp. 62–66 (1979) doi: 10.1109/TSMC.1979.4310076
17. Suresh, S., Lal, S.: An efficient cuckoo search algorithm based multilevel thresholding for segmentation of satellite images using different objective functions. Expert Systems with Applications, vol. 58, pp. 184–209 (2016) doi: 10.1016/j.eswa.2016.03.032
18. Teoh, T. T., Rong, Z.: Python for data analysis. Artificial Intelligence with Python, pp. 107–122 (2022) doi: 10.1007/978-981-16-8615-3_7
19. Tilton, J. C.: Image segmentation by region growing and spectral clustering with a natural convergence criterion. In: IEEE International Geoscience and Remote Sensing, vol. 4, pp. 1766–1768 (1998) doi: 10.1109/IGARSS.1998.703645
20. Wang, W., Duan, L., Wang, Y.: Fast image segmentation using two-dimensional Otsu based on estimation of distribution algorithm. Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 2017 (2017) doi: 10.1155/2017/1735176
21. Wang, Z., Bovik, A. C., Sheikh, H. R., Simoncelli, E. P.: Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. In: IEEE Transactions on Image Processing, vol. 13, pp. 600–612 (2004) doi: 10.1109/TIP.2003.819861