ISSN 1870-4069

Lógica tradicional para razonamiento no tradicional

J.-Martín Castro-Manzano

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla,
Facultad de Filosofía,
México

josemartin.castro@upaep.mx

Resumen. En esta contribución mezclamos cuatro lógicas de términos para producir una lógica de términos sintética. La meta es ofrecer un marco lógico de sistemas terminísticos tradicionales para modelar razonamiento no-tradicional. Para alcanzar este objetivo esbozamos brevemente cuatro lógicas diseñadas para capturar cuatro aspectos del razonamiento del lenguaje natural (aserción, numeracidad, modalidad y relevancia); y posteriormente mezclamos dichas lógicas para producir una lógica sintética.

Palabras clave: Lógica de términos, lógica numérica, lógica modal, lógica relevante.

Traditional Logic for Non-Traditional Reasoning

Abstract. In this contribution we mix four term logics as to produce a synthetic logic of terms. The goal is to offer a logical framework of traditional terministic systems to model non-traditional reasoning. To achieve this goal we briefly outline four logics designed to capture four aspects of natural language reasoning (assertion, numeracy, modality, and relevance); and then we mix these logics in order to produce a synthetic logic.

Keywords: Term logic, numerical logic, modal logic, relevance logic.

1. Introducción

Podemos decir que, en cierto sentido, la lógica es una disciplina que se encarga de estudiar la relación de inferencia en el contexto de algún lenguaje natural [19] y que, para llevar a cabo tal empresa, tenemos a nuestra disposición sistemas formales de impronta Fregeana, esto es, sistemas lógicos de primer orden [11,17,34,3,18]; con todo, aun si esta narrativa estándar nos resulta común cuando enseñamos, investigamos o aplicamos lógica esta es la visión recibida de la lógica, después de todo, no hay necesidad de ser personas particularmente críticas como para notar que semejante visión de la lógica, aunque sin duda nos puede ser familiar, no por ello es natural [36,15,22,46,28,12].

En consecuencia, en un esfuerzo por entender el razonamiento en lenguaje natural desde una posición naturalista, Sommers abogó por una revisión de la lógica de términos tradicional desde la década de 1950. Su proyecto se desarrolló a través de tres ramas, en ontología, semántica y lógica (cfr. [37]), que se convirtieron, respectivamente, en una teoría de categorías, una teoría de la verdad y una teoría lógica conocida como Lógica de Términos y Funtores [35,36,38,13,15,16].

Esta última teoría es una lógica que usa términos y funtores en lugar de elementos formales de primer orden como variables o cuantificadores (cfr. [32,30,23,36,37]). Siguiendo los principios de este proyecto, en esta contribución mezclamos cuatro lógicas de términos para producir una lógica de términos sintética.

La meta es ofrecer un marco lógico de sistemas de impronta tradicional para modelar razonamiento no-tradicional. Para alcanzar este objetivo esbozamos brevemente cuatro lógicas diseñadas para capturar cuatro aspectos del razonamiento en lenguaje natural (aserción, numeracidad, modalidad y relevancia); y luego mezclamos dichas lógicas para producir una lógica sintética.

2. Cuatro lógicas de términos

2.1. Lógica de términos asertórica

La silogística asertórica, la lógica en el centro de la lógica de términos tradicional, es una lógica de términos que hace buen uso de enunciados categóricos para capturar una noción básica de aserción. Un enunciado categórico es un enunciado compuesto por dos términos, una cantidad y una cualidad. Por lo general, decimos que un enunciado categórico es un enunciado de la forma:

$$\langle \text{Cantidad} \rangle \ \langle \mathsf{S} \rangle \ \langle \text{Cualidad} \rangle \ \langle \mathsf{P} \rangle.$$

donde Cantidad $= \{\text{Todo, Algún}\}$, Cualidad $= \{\text{es, no es}\}$, y S y P son términos-esquema. Desde el punto de vista de la Lógica (asertórica) de Términos y Funtores de Sommers & Englebretsen (TFL^α, de ahora en adelante) [35,36,38,13,15,16], decimos:

Definición 1 (Enunciado categórico en TFL^α) Un enunciado categórico en TFL^α es un enunciado de la forma:

$$\pm \mathsf{S} \pm \mathsf{P}.$$

donde $\pm$ son funtores, y S y P son términos-esquema. Dado este lenguaje (digamos, $\mathcal{L}_{\mathsf{TFL}^\alpha} = \langle \mathcal{T}, \pm \rangle$, donde $\mathcal{T} = \{\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \ldots\}$ es un conjunto de términos y $\pm$ es una abreviatura de los funtores $+$ o $-$), TFL^α ofrece una definición de validez de la siguiente manera [15, p.167]:

Definición 2 (Silogismo válido (en TFL^α)) Un silogismo es válido (en TFL^α) si y solo si:

1. La suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, y

Tabla 1. Una inferencia asertórica válida.

	Enunciado	TFL^{α}
1.	Toda persona es inteligente.	$-\mathsf{P}+\mathsf{I}$
2.	Toda persona lógica es persona.	$-\mathsf{L}+\mathsf{P}$
$\vdash$	Toda persona lógica es inteligente.	$-\mathsf{L}+\mathsf{I}$

2. El número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares.[1]

Y así, con esta lógica podemos modelar inferencias asertóricas como la que se muestra en la Tabla 1.

2.2. Lógica de términos numérica

La lógica de términos numérica de Murphree (TFL^{ν})—que sirve como una extensión de la silogística numérica [43,44]—es una lógica de términos que trata de capturar razonamiento aritmético mediante el modelado de inferencias con cuantificadores numéricos [29]. En esta lógica, un enunciado numérico es un enunciado de la forma:

$$\langle\text{Cantidad}\rangle\ \langle\mathsf{n}\rangle\ \langle\mathsf{S}\rangle\ \langle\text{Cualidad}\rangle\ \langle\mathsf{P}\rangle.$$

donde Cantidad $=$ {Todo, Todo excepto, A lo mucho, Al menos, Algún}, $\mathsf{n} \in \mathbb{R}^{+}$, Cualidad $=$ {es, no es}, y S y P son términos-esquema. Formalmente, dado que TFL^{ν} es una extensión conservadora de TFL^{α}, decimos:

Definición 3 (Enunciado numérico en TFL^{ν}) Un enunciado numérico en TFL^{ν} es un enunciado de la forma:

$$\pm_{\mathsf{n}}\mathsf{S} \pm_{\varepsilon} \mathsf{P}.$$

donde $\pm$ son funtores, $\mathsf{n}, \varepsilon > \mathsf{n} \in \mathbb{R}^{+}$, y S y P son términos-esquema. En consecuencia, dado este lenguaje ($\mathcal{L}_{\mathsf{TFL}^{\nu}} = \langle \mathcal{T}, \pm, \mathbb{R}^{+}\rangle$), TFL^{ν} ofrece la siguiente noción de validez:

Definición 4 (Silogismo válido (en TFL^{ν})) Un silogismo es válido (en TFL^{ν}) si y solo si:

1. La suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,
2. El número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y
3. *(a)* El valor de una conclusión universal es igual a la suma de los valores de las premisas universales, o bien *(b)* El valor de una conclusión particular es igual a la diferencia de la premisa universal menos la particular.[2]

Siguiendo nuestro patrón de exposición, y como ejemplo, consideremos la inferencia de la Tabla 2.

[1] Debemos mencionar que este enfoque no es solo capaz de representar la inferencia silogística, ya que también puede representar enunciados relacionales, singulares y compuestos con facilidad y claridad [13], pero para nuestros propósitos actuales, esta exposición será suficiente.

[2] Esta última condición es diferente de la lógica numérica de Szabolcsi, la cual requiere que el valor de las premisas sea igual o mayor que el valor de la conclusión (cfr. [40]).

Tabla 2. Una inferencia numérica válida.

	Enunciado	TFL^{ν}
1.	Todas excepto 11 personas son inteligentes.	$-_{11}\mathsf{P} +_{\varepsilon} \mathsf{I}$
2.	Al menos 30 personas lógicas son personas.	$+_{30}\mathsf{L} +_{\varepsilon} \mathsf{P}$
$\vdash$	Al menos 19 personas lógicas son inteligentes.	$+_{19}\mathsf{L} +_{\varepsilon} \mathsf{F}$

2.3. Lógica de términos modal

La lógica de términos modal de Englebretsen (TFL^{μ})—una versión formal de la silogística modal [1,2,27,24,21,20,39,14,33,41,25]—intenta capturar la modalidad extendiendo TFL^{α} con $\Box$ y $\diamond$ [14,16]. Entonces, dado un término T, TFL^{μ} permite las siguientes combinaciones: $+\Box+\mathsf{T}$ (es decir, $\Box+\mathsf{T}$), $+\Box-\mathsf{T}$ (es decir, $\Box-\mathsf{T}$), $-\Box+\mathsf{T}$ (es decir, $-\Box\mathsf{T}$), $-\Box-\mathsf{T}$ y, como siempre, el operador $\diamond$ se define como $-\Box-$. Así, podemos decir que un enunciado modal *de dicto* es un enunciado de la forma:

$$\langle\text{Modalidad}\rangle\ (\langle\text{Cantidad}\rangle\ \langle\mathsf{S}\rangle\ \langle\text{Cualidad}\rangle\ \langle\mathsf{P}\rangle).$$

y un enunciado modal *de re* es un enunciado de la forma:

$$\langle\text{Cantidad}\rangle\ \langle\mathsf{S}\rangle\ \langle\text{Cualidad}\rangle\ \langle\text{Modalidad}\rangle\ \langle\mathsf{P}\rangle.$$

donde Modalidad $=\{\diamond,\ \Box\}$, Cantidad $=\{$Todo, Algún$\}$, Cualidad $=\{$es, no es$\}$, y S y P son términos-esquema. Así, formalmente:

Definición 5 (Enunciado modal en TFL^{μ}) Un enunciado modal en TFL^{μ} es un enunciado de una de las siguientes formas:

$$\mu(\pm\mathsf{S}\pm\mathsf{P})|\pm\mathsf{S}\pm\mathsf{P}|\pm\mathsf{S}\pm\mu\mathsf{P}.$$

donde $\pm$ son funtores, μ es una modalidad y S y P son términos-esquema. Dado este lenguaje ($\mathcal{L}_{\mathsf{TFL}^{\mu}} = \langle\mathcal{T},\pm,\mathcal{M}\rangle$, donde $\mathcal{M}=\{\diamond,\ \Box\}$), tenemos la siguiente noción de validez:

Definición 6 (Silogismo válido (en TFL^{μ})) Un silogismo es válido (en TFL^{μ}) si y solo si:

1. La suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,
2. El número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares,
4. La conclusión no es más fuerte que cualquier premisa,[3] y
5. El número de premisas *de dicto*-$\diamond$ no es mayor que el número de conclusiones *de dicto*-$\diamond$.

Como ejemplo, consideremos la inferencia que se muestra en la Tabla 3.

[3] Según [14], existe una transitividad o "fuerza" de los operadores modales de tal forma que: $\Box\mathsf{T}$ implica $\mathsf{T}\Box$, $\mathsf{T}\Box$ implica T, T implica $\mathsf{T}\diamond$, y $\mathsf{T}\diamond$ implica $\diamond\mathsf{T}$.

Tabla 3. Una inferencia modal válida.

	Enunciado	TFL^{μ}
1.	Toda persona es necesariamente inteligente.	$-\mathsf{P} + \Box\mathsf{I}$
2.	Toda persona lógica es persona.	$-\mathsf{L} + \mathsf{P}$
$\vdash$	Toda persona lógica es necesariamente inteligente.	$-\mathsf{L} + \Box\mathsf{I}$

2.4. Lógica de términos relevante

La lógica de términos relevante (TFL^{ρ}) es una extensión de TFL^{α} que captura una noción de relevancia siguiendo algunas ideas del sentido aristotélico de relevancia causal (cfr. [42,45]).

Esta lógica representa fragmentos de discurso complejo (en la medida en que incluyen al menos dos premisas y una conclusión) con modo y figura (porque importa el orden de los enunciados y los términos) en los que una conclusión distinta de las premisas (evitando así circularidad, *petitio principii*) necesariamente (y por lo tanto deductivamente) se sigue y depende de dichas premisas (evitando así la irrelevancia, *non causa ut causa*). En esta lógica decimos que un enunciado relevante es un enunciado de la forma:

$$\langle\text{Cantidad}\rangle\ \langle\mathsf{S}\rangle\ \langle\text{Cualidad}\rangle\ \langle\mathsf{P}\rangle\ \langle\text{Bandera}\rangle.$$

donde Cantidad $=$ $\{\text{Todo, Algún}\}$, Cualidad $=$ $\{\text{es, no es}\}$, S y P son términos-esquema, y Bandera $= \{p_i,\ c\}$ para $i \in \{1,2,3,\ldots\}$ es un conjunto de banderas (de premisa o conclusión). Entonces, formalmente, decimos:

Definición 7 (Enunciado relevante en TFL^{ρ}) Un enunciado relevante en TFL^{ρ} es un enunciado de la forma:

$$\pm\mathsf{S} \pm \mathsf{P}_f,$$

donde $\pm$ son funtores, S y P son términos-esquemas f es una bandera. Con este lenguaje ($\mathcal{L}_{\mathsf{TFL}^{\rho}} = \langle\mathcal{T}, \pm, \mathcal{F}\rangle$, donde $\mathcal{F}$ es un conjunto de banderas), TFL^{ρ} ofrece una noción de validez de la siguiente manera:

Definición 8 (Silogismo válido (en TFL^{ρ})) Un silogismo es válido (en TFL^{ρ}) si y solo si:

1. La suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,
2. El número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y
6. Todas las banderas de las premisas se reclaman para llegar a la conclusión mientras que las banderas de la conclusión son diferentes a las banderas de las premisas.

Y así, con esta lógica podemos modelar inferencias relevantes como la que se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Una inferencia relevante válida.

	Enunciado	TFL^{ρ}
1.	Toda persona es inteligente.	$-\mathsf{P}+\mathsf{I}_{p_1}$
2.	Toda persona lógica es persona.	$-\mathsf{L}+\mathsf{P}_{p_2}$
$\vdash$	Toda persona lógica es inteligente.	$-\mathsf{L}+\mathsf{I}_{c}$

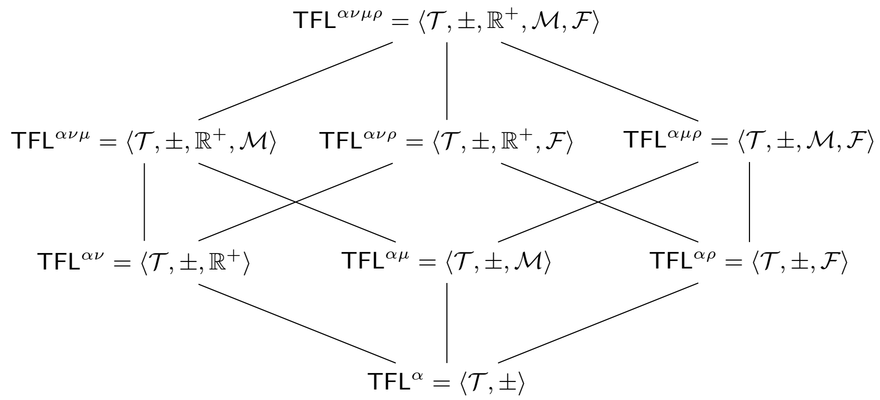

Fig. 1. Una familia de sistemas terminísticos.

3. Una lógica de términos sintética

Como podemos ver hasta este punto, estas lógicas intentan capturar diferentes aspectos básicos del razonamiento en lenguaje natural, a saber, la aserción (TFL^{α}), la numeracidad (TFL^{ν}), la modalidad (TFL^{μ}) y la relevancia causal (TFL^{ρ}), utilizando una sintaxis de términos; además, también es fácil ver que, dados los lenguajes y las bases deductivas de cada lógica, podemos mezclar estos sistemas mediante uniones (*joints*) e intersecciones (*meets*) de elementos lingüísticos y reglas (Figura 1).

Observemos, por tanto, que $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu} = \mathsf{TFL}^{\nu}$, $\mathsf{TFL}^{\alpha\mu} = \mathsf{TFL}^{\mu}$, y $\mathsf{TFL}^{\alpha\rho} = \mathsf{TFL}^{\rho}$. Luego, notemos que $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu} = \mathsf{TFL}^{\nu\mu}$, $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\rho} = \mathsf{TFL}^{\nu\rho}$, $\mathsf{TFL}^{\alpha\mu\rho} = \mathsf{TFL}^{\mu\rho}$. Y finalmente, consideremos $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$, el sistema sintético de nuestro interés. Por lo tanto, dado el lenguaje $\mathcal{L}_{\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}} = \langle \mathcal{T}, \pm, \mathbb{R}^+, \mathcal{M}, \mathcal{F} \rangle$, decimos:

Definición 9 (Enunciado sintético en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$) Un enunciado sintético en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$ es un enunciado de una de las siguientes formas:

$$\mu(\pm_{\mathsf{n}}\mathsf{S} \pm_{\varepsilon} \mathsf{P})_f | \pm_{\mathsf{n}}\mathsf{S} \pm_{\varepsilon} \mathsf{P}_f | \pm_{\mathsf{n}}\mathsf{S} \pm_{\varepsilon} \mu\mathsf{P}_f.$$

donde μ son modalidades, $\pm$ son funtores, $\mathsf{n}, \varepsilon \in \mathbb{R}^+$, f es una bandera y S y P son términos-esquema. Por lo tanto, siguiendo nuestro patrón de exposición, también decimos:

Definición 10 (Silogismo válido (en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$)) Un silogismo es válido (en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$) si y solo si:

Tabla 5. Un silogismo sintético.

Enunciado	$\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$
1. Necesariamente todos excepto 2 A dan 4 B a algún C.	$\Box(-_2\mathsf{A} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C}))_{0p_1}$
2. Al menos 5 D son necesariamente A.	$+_5\mathsf{D} +_\varepsilon \Box\mathsf{A}_{0p_2}$
3. Todo B es E.	$-_0\mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{E}_{0p_3}$
$\vdash$ Posiblemente 3 D dan 4 E a algún posible C.	$\diamond(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} +_\varepsilon \diamond\mathsf{C}))_{0c}$

$$\begin{array}{c} -_{\mathsf{n}}\mathsf{A} \pm_\varepsilon \mathsf{B}_{Nf} \\ \diagup \quad \diagdown \\ -_{\mathsf{n}}\mathsf{A}^i_{Nf} \quad \pm_\varepsilon \mathsf{B}^i_{Nf} \\ v = \mathsf{n} \end{array} \qquad \begin{array}{c} +_{\mathsf{n}}\mathsf{A} \pm_\varepsilon \mathsf{B}_{Nf} \\ | \\ +_{\mathsf{n}}\mathsf{A}^i_{Nf} \\ | \\ \pm_\varepsilon \mathsf{B}^i_{Nf'} \\ v = \mathsf{n} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Box\mathsf{A}^i_{Nf} \\ | \\ \mathsf{A}^i_{Kf} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \diamond\mathsf{A}^i_{Nf} \\ | \\ \mathsf{A}^i_{Kf} \end{array} \qquad \begin{array}{c} +_{\mathsf{n}}\mathsf{A}_{Nf} \\ | \\ +_{\mathsf{k}\leq\mathsf{n}}\mathsf{A}_{Nf} \end{array}$$

Diagrama 1.1. Reglas de expansión de $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$

1. La suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,

2. El número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares,

3. *(a)* El valor de una conclusión universal es igual a la suma de los valores de las premisas universales, o bien *(b)* El valor de una conclusión particular es igual a la diferencia de la premisa universal menos la particular,

4. La conclusión no es más fuerte que cualquier premisa,

5. El número de premisas *de dicto*-$\diamond$ no es mayor que el número de conclusiones *de dicto*-$\diamond$, y

6. Todas las banderas de las premisas se reclaman para llegar a la conclusión, mientras que las banderas de la conclusión son diferentes a las banderas de las premisas.

Antes de ofrecer un ejemplo, notemos que podemos representar simultáneamente diferentes aspectos del razonamiento en lenguaje natural. El invariable acto de habla de aserción, ya sea la afirmación o la negación, es capturado por el mismo uso de términos y funtores; la numeracidad está representada por el uso de n (observemos que cuando $\mathsf{n} = 0$ o $\mathsf{n} = 1$, TFL^ν colapsa con TFL^α); las diferentes formas o modos de aserción se capturan mediante el uso de modalidades (notemos que cuando las modalidades están ausentes, TFL^μ colapsa con TFL^α); y la relevancia se captura mediante el uso de banderas de premisa o conclusión.

Ahora, como ejemplo, consideremos una inferencia con múltiples premisas y que toma en cuenta el fenómeno de aserción (incluso usando relaciones, más allá de la silogística básica), la numeracidad (tanto excepcional como no-excepcional), la modalidad (tanto *de dicto* como *de re*) y la relevancia causal: llamemos a este ejemplo "silogismo sintético" (Cuadro 5). Para evaluar la (in)validez de inferencias como la anterior, podemos producir un conjunto de reglas de expansión para $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$ como en el Diagrama 1.1 (cfr. [10,31,7,8,4,6,5]). En breve, después de aplicar una regla introducimos un superíndice $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Para los enunciados cuyo término inicial es "$-$" (i.e. enunciados universales), el índice puede ser cualquiera natural; para enunciados cuyo término inicial es "$+$" (i.e. enunciados particulares), el índice tiene que ser un nuevo natural si aún no tienen un índice. También, después de aplicar una regla creamos un vector v para hacer un seguimiento del valor n (la última es una regla para ordenar términos atómicos con un "$+$" adjunto).

Además, para el caso modal introducimos un subíndice $K \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ y dejamos el superíndice fijo como está. Para enunciados cuyo operador inicial es $\Box$ (i.e. enunciados necesarios), el subíndice puede ser cualquier natural; para enunciados cuyo término inicial es $\diamond$ (i.e. enunciados problemáticos), el subíndice tiene que ser un nuevo natural si aún no tienen un índice. Y por último, introducimos y mantenemos una bandera $f, f' \in \{p_i, c\}$ (p_i como premisa para $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, c como conclusión). Por supuesto, también contamos con las típicas reglas de rechazo: $-(\pm\mathsf{A}) = \mp\mathsf{A}$, $-(\pm\mathsf{A} \pm \mathsf{B}) = \mp\mathsf{A} \mp \mathsf{B}$, y $-(- - \mathsf{A} - -\mathsf{A}) = +(-\mathsf{A}) + (-\mathsf{A})$.

Y así, como es usual, podemos decir que un *árbol* es un grafo conexo acíclico determinado por nodos y vértices. El nodo en la parte superior se llama *raíz*. Los nodos en la parte inferior se llaman *hojas*. Cualquier camino desde la raíz hacia abajo por una serie de vértices es una *rama*. Para probar la validez de una inferencia, construimos un árbol asociado a dicha inferencia produciendo una sola rama en cuyos nodos ocurran las premisas y el rechazo de la conclusión: esta es la *lista inicial*.

Luego aplicamos las reglas de expansión que nos permiten extender la lista inicial. Entonces, para este sistema sintético decimos que una rama está *abierta* si y solo si no hay términos de la forma $\pm\mathsf{A}^i_{Nf}$ y $\mp\mathsf{A}^i_{Nf}$ en ella; una rama es *semi-abierta* (o *semi-cerrada*) si y solo si hay términos de la forma $\pm\mathsf{A}^i_{Nf}$ y $\mp\mathsf{A}^i_{Nf}$; de lo contrario, es *cerrada*.

Una rama abierta se indica escribiendo ∞ al final de la misma; una rama semi-abierta (semi-cerrada) se indica escribiendo $\propto_{f,f}$ ($\backsimeq_{f,f}$); y una rama cerrada, como siempre, se denota por $\perp_{f,f'}$. Consideremos, a modo de ejemplo, el árbol para la inferencia que se muestra en la Tabla 5: Diagrama 1.2. Con estas definiciones y consideraciones, podemos probar las siguientes proposiciones:

Teorema 1 (Completud para $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$) *Sea Γ un conjunto de términos y T un término arbitrario. Entonces, $\Gamma \vdash \pm\mathsf{T}$ en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$ si y solo si existe un árbol completo y cerrado con $v = 0$ para $\Gamma \cup \{\mp\mathsf{T}\} \vdash \perp_{f,f'}$.*

Corolario 1 Sea Γ un conjunto de términos y T un término arbitrario. Entonces, $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim} \pm\mathsf{T}$ en $\mathsf{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$ si y solo si existe un árbol semi-cerrado/semi-abierto y completo con $v = 0$ para $\Gamma \cup \{\mp\mathsf{T}\} \vdash \perp$.

Con estas distinciones y estos resultados, podemos apreciar un marco lógico de sistemas terminísticos de impronta tradicional para modelar razonamiento no-tradicional (i.e., numérico, modal y relevante). En efecto, decimos que una inferencia es aristotélica o *propter quid* si y solo si cada rama del árbol asociado a la inferencia está cerrada y todas las banderas se acarrean al final de cada hoja; una inferencia es *non sequitur* si y solo si su árbol asociado tiene una rama abierta; de lo contrario, la inferencia es *clásica* (ya sea *quia* o *non causa ut causa*).

$$\Box(-_2\mathsf{A} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C}))_{0p_1}$$
$$+_5\mathsf{D} + \Box_\varepsilon \mathsf{A}_{0p_2}$$
$$-_0\mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{E}_{0p_3}$$
$$\vdash \diamond(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$$
$$- \diamond (+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$$
$$\Box - (+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$$
$$+_5\mathsf{D}^1_{0p_2}$$
$$+\Box_\varepsilon \mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$$
$$+_3\mathsf{D}^1_{0p_2}$$
$$+_\varepsilon \mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$$
$$+_2\mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$$
$$-_2\mathsf{A} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C})_{0p_1}$$
$$\begin{array}{ll} -_2\mathsf{A}^1_{0p_1} & +(+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0p_1} \\ \bot_{p_1,p_{2'}} & \end{array}$$
$$+_\varepsilon \mathsf{G}^1_{0p_1}$$
$$+_4\mathsf{B}^1_{0p_{1'}}$$
$$+_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0p_{1''}}$$
$$+_0\mathsf{B}^1_{0p_{1'}}$$
$$-(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$$
$$-_3\mathsf{D} - (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$$
$$\begin{array}{ll} -_3\mathsf{D}^1_{0c} & -(+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c} \\ \bot_{p_2,c} & -_\varepsilon \mathsf{G} - (+_4\mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c} \end{array}$$
$$\begin{array}{ll} -_\varepsilon \mathsf{G}^1_{0c} & -(+_4\mathsf{E} + \diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c} \\ \bot_{p_1,c} & -_4\mathsf{E} - \diamond_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c} \end{array}$$
$$\begin{array}{ll} -\mathsf{B}^1_{0p_3} & +_\varepsilon \mathsf{E}^1_{0p_3} \\ \bot_{p_3,p_{1'}} & \end{array}$$
$$+_4\mathsf{E}^1_{0p_3}$$
$$\begin{array}{ll} -_4\mathsf{E}^1_{0c} & - \diamond_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c} \\ \bot_{p_3,c} & \Box -_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c} \end{array}$$
$$27.\ -_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c}$$
$$\bot_{p_{1''},c}$$
$$v = 5 - 2 + 4 - 3 - 4 = 0$$

Diagrama 1.2. Un silogismo sintético válido.

Podemos organizar estas relaciones tradicionales en un cuadrado de relaciones inferenciales (Figura 2). Así, por ejemplo, digamos que tenemos una inferencia inválida o *non sequitur*, por lo tanto, no puede ser *propter quid* (contrarias) ni *quia* (contradictorias), pero sí puede ser *non causa* (subalternas). Ahora supongamos, por ejemplo, que tenemos un caso de *ex falso* (i.e. $(\phi \wedge \neg\phi) \rightarrow \psi$), una inferencia *non causa*: por tanto, dicho razonamiento podría ser *quia* pero ciertamente no sería *propter quid*.

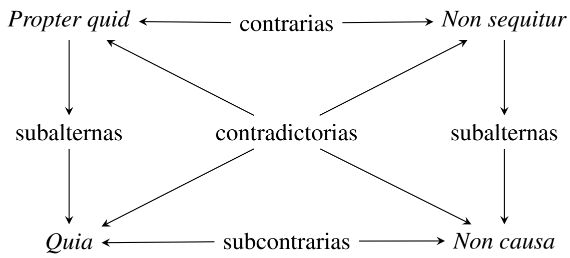

Fig. 2. Cuadrado de relaciones inferenciales.

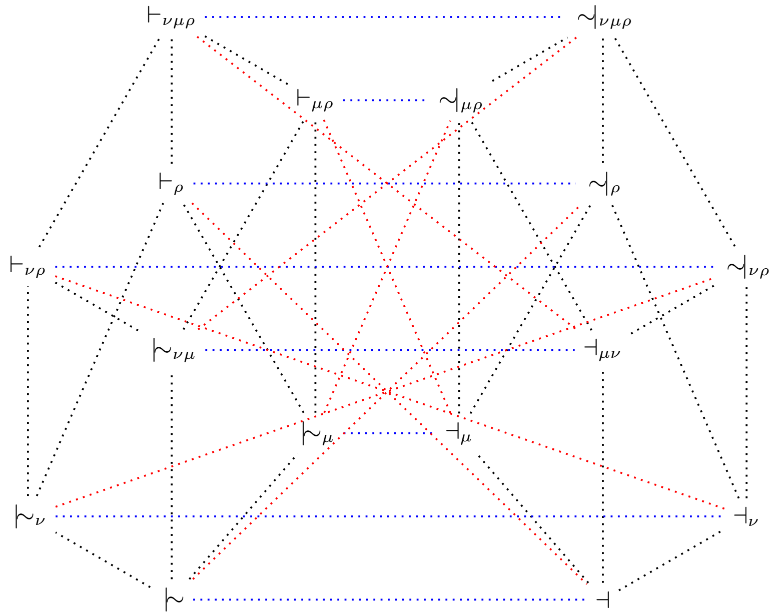

Fig. 3. Espacio de relaciones inferenciales. En negro, las subalternas; en azul, las contrarias; en rojo, las contradictorias. Las inferencias *propter quid* se representan con $\vdash$; las inferencias *quia*, con $\mid\!\sim$; las *non causa*, con $\dashv$; y las *non sequitur*, con $\sim\!\mid$.

De manera similar, si tenemos una instancia de *verum ad* (i.e. $\phi \rightarrow (\psi \vee \neg\psi)$), que es *quia*, también podría ser *non causa*, pero no puede ser *non sequitur*. Asimismo, una *petitio* (i.e. $\phi \rightarrow \phi$) puede ser tanto *quia* como *non causa*, pero ciertamente no es *propter quid* ni *non sequitur*. Y finalmente, si tenemos una inferencia válida, tenemos una inferencia que es tanto *propter quid* como *quia*, pero no *non causa* ni *non sequitur*.

Con base en estos resultados y en la mezcla de lógicas, podemos establecer el siguiente esquema de inferencias: ya no un simple cuadrado, sino un hipercubo de relaciones inferenciales que nos permite observar cómo estas lógicas de impronta tradicional pueden usarse para modelar inferencias más interesantes (Figura 3).

4. Conclusiones

El razonamiento en lenguaje natural es un procedimiento inferencial complejo que puede incluir, más allá del acto de habla de aserción, información sobre numeracidad, modalidad y relevancia causal. Dada esta premisa, en este trabajo hemos combinado cuatro lógicas de términos de impronta tradicional para modelar inferencia no-tradicional (i.e. inferencia numérica, modal y relevante). Finalmente, para cerrar este trabajo, consideremos brevemente algunas posibles objeciones y comentarios con respecto al trabajo futuro.

Objeción 1. Esta propuesta es innecesaria. Si bien es cierto que esta propuesta puede considerarse innecesaria, esta objeción, así planteada, es muy deflacionaria: uno podría preguntarse cuál es la utilidad de cualquier esfuerzo científico. Pero incluso si nos centramos únicamente en la utilidad particular de nuestra propuesta, podemos señalar, al menos, un par de propósitos:

1. El estudio y desarrollo de sistemas como estos contribuyen a la investigación del razonamiento en lenguaje natural usando herramientas más allá de las lógicas de primer orden de matiz Fregeano.
2. Estos sistemas pueden desarrollarse aún más para promover el uso de paradigmas de programación no-clásicos para la programación lógica como en [26,9].

Objeción 2. Esta propuesta es muy compleja. También es cierto que, a primera vista, la propuesta parece compleja. Esta es una buena observación, pero no es una buena objeción. En efecto, sería bastante contra-intuitivo argumentar que no necesitamos estudiar o desarrollar lógicas de orden superior, lógicas híbridas o lógicas no-clásicas porque son más complejas que la clásica. El problema de esta objeción es que no reconoce la ganancia neta de los modelos complejos.

Por lo tanto, incluso si la combinación de estas lógicas parece aumentar la complejidad, ese no es un precio muy alto a pagar si consideramos los beneficios netos de sintetizar cuatro aspectos diferentes del razonamiento en lenguaje natural con un solo mecanismo inferencial.

Objeción 3. Esta propuesta no es inteligencia artificial. Es verdad que esta propuesta parece estar más cerca de la lógica filosófica que de la inteligencia artificial en tendencia, pero eso no implica que no forme parte de la inteligencia artificial.

Por un lado, las relaciones entre lógica e inteligencia artificial tienen una larga historia; y por otro lado, y más importante, las teorías lógicas muestran su nexo con la inteligencia artificial en la medida en que ofrecen una variedad de usos para la segunda: desde usos sencillos en los que la lógica figura como una herramienta de análisis como en la especificación de sistemas formales o la representación de conocimiento, como en este estudio, hasta usos más fuertes en los que la lógica funciona como herramienta de construcción como en el *model checking* o la programación lógica.

Finalmente, dados estos desafíos, nos gustaría mencionar dos líneas de investigación para trabajos futuros: en primer lugar, necesitamos comparar los beneficios netos de esta lógica sintética *vis-à-vis* lógicas Fregeanas; y en segundo lugar, necesitamos ofrecer detalles de implementación.

Agradecimientos. Nos gustaría agradecer a los revisores por sus valiosas observaciones y precisas correcciones. Este trabajo fue financiado por un Proyecto de Investigación UPAEP.

Referencias

1. Becker, A.: Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse. Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1968)
2. Bocheński, J.: Formale Logik. Karl Alber (1962)
3. Carnap, R.: Die alte und die neue logik. Erkenntnis, vol. 1, pp. 12–26 (1930)
4. Castro Manzano, J. M.: Silogística intermedia, términos y árboles. Tópicos, Revista De Filosofía, , no. 58, pp. 209–237 (2019)
5. Castro Manzano, J. M.: Distribution tableaux, distribution models. Axioms, vol. 9, no. 2 (2020) doi: 10.3390/axioms9020041.
6. Castro Manzano, J. M.: Un método de árboles para la silogística modal. Open Insight, Revista De Filosofía, , no. 58, pp. 209–237 (2020)
7. Castro Manzano, J. M., Reyes Cardenas, P. O.: Term functor logic tableaux. South American Journal of Logic, vol. 4, no. 1, pp. 9–50 (2018)
8. Castro Manzano, J. M.: Murphree's numerical term logic tableaux. Electronic Notes in Theoretical Computer Science. Proceedings of the Eleventh and Twelfth Latin American Workshop on Logic/Languages, Algorithms and New Methods of Reasoning (LANMR), vol. 354, pp. 17–28 (2020) doi: 10.1016/j.entcs.2020.10.003.
9. Castro Manzano, J. M.: Traditional logic and computational thinking. Philosophies, vol. 6, no. 1 (2021) doi: 10.3390/philosophies6010012.
10. D'Agostino, M., Gabbay, D. M., Hähnle, R., Posegga, J.: Handbook of Tableau Methods. Springer (1999)
11. de Morgan, A.: On the syllogism, no. IV and on the logic of relations. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. 10, pp. 331 (1864)
12. Englebretsen, G.: Bare Facts and Naked Truths: A New Correspondence Theory of Truth. Taylor & Francis (2017)
13. Englebretsen, G.: The New Syllogistic. Peter Lang (1987)
14. Englebretsen, G.: Preliminary notes on a new modal syllogistic. Notre Dame J. Formal Logic, vol. 29, no. 3, pp. 381–395 (1988) doi: 10.1305/ndjfl/1093637935.
15. Englebretsen, G.: Something to Reckon with: The Logic of Terms. University of Ottawa Press (1996)
16. Englebretsen, G., Sayward, C.: Philosophical Logic: An Introduction to Advanced Topics. Bloomsbury Academic (2011)
17. Frege, G., Angelelli, I.: Begriffsschrift und andere Aufsätze. Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1973)
18. Geach, P. T.: Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories. Cornell University Press (1962)
19. Haack, S.: Philosophy of Logics. Cambridge University Press (1978)
20. Hintikka, J., Hintikka, K.: Time & Necessity: Studies in Aristotle's Theory of Modality. Clarendon Press (1973)
21. Kneale, W., William Kneale, M., Kneale, W., Kneale, M., Conte, A., Press, O. U.: The Development of Logic. Clarendon Press (1962)
22. Kreeft, P., Dougherty, T.: Socratic Logic: A Logic Text Using Socratic Method, Platonic Questions & Aristotelian Principles. St. Augustine's Press (2004)

23. Kuhn, S. T.: An axiomatization of predicate functor logic. Notre Dame J. Formal Logic, vol. 24, no. 2, pp. 233–241 (1983) doi: 10.1305/ndjfl/1093870313.
24. Łukasiewicz, J.: Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic. Clarendon Press (1957)
25. Malink, M.: Aristotle's Modal Syllogistic. Harvard University Press (2013)
26. Massie, D.: Computer Implementation of Term Functor Logic (TFL), Based on Directed Graph Representation of TFL (2013)
27. McCall, S.: Aristotle's Modal Syllogisms. North-Holland Publishing Company (1963)
28. Moss, L.: Natural logic. In: Lappin, S., Fox, C. (eds.) The Handbook of Contemporary Semantic Theory. John Wiley & Sons (2015)
29. Murphree, W. A.: Numerical term logic. Notre Dame J. Formal Logic, vol. 39, no. 3, pp. 346–362 (1998) doi: 10.1305/ndjfl/1039182251.
30. Noah, A.: Predicate-functors and the limits of decidability in logic. Notre Dame J. Formal Logic, vol. 21, no. 4, pp. 701–707 (1980) doi: 10.1305/ndjfl/1093883255.
31. Priest, G.: An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is. Cambridge University Press (2008)
32. Quine, W. V. O.: Predicate functor logic. In: Fenstad, J. E. (ed.) Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium. North-Holland (1971)
33. Rini, A. A.: Is there a modal syllogistic? Notre Dame J. Formal Logic, vol. 39, no. 4, pp. 554–572 (1998) doi: 10.1305/ndjfl/1039118870.
34. Russell, B.: A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz: With an Appendix of Leading Passages. Cambridge University Press
35. Sommers, F.: On a fregean dogma. In: Lakatos, I. (ed.) Problems in the Philosophy of Mathematics, vol. 47, pp. 47–81. Elsevier (1967)
36. Sommers, F.: The Logic of Natural Language. Clarendon Press; Oxford: New York: Oxford University Press (1982)
37. Sommers, F.: Intelectual autobiography. In: Oderberg, D. S. (ed.) The Old New Logic: Essays on the Philosophy of Fred Sommers, pp. 1–24. Bradford book (2005)
38. Sommers, F., Englebretsen, G.: An Invitation to Formal Reasoning: The Logic of Terms. Ashgate (2000)
39. Striker, G.: Assertoric vs modal syllogistic. Ancient Philosophy, vol. 14, pp. 39–51 (1994)
40. Szabolcsi, L., Englebretsen, G.: Numerical Term Logic. Edwin Mellen Press (2008)
41. Thom, P.: The Logic of Essentialism: An Interpretation of Aristotle's Modal Syllogistic. Springer Netherlands (2012)
42. Thom, P.: Logic and Ontology in the Syllogistic of Robert Kilwardby. Brill (2007)
43. Thompson, B.: Syllogisms using "few", "many", and "most". Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 23, no. 1, pp. 75–84 (1982) doi: 10.1305/ndjfl/1093883568.
44. Thompson, B.: Syllogisms with statistical quantifiers. Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 27, no. 1, pp. 93–103 (1986) doi: 10.1305/ndjfl/1093636527.
45. Woods, J.: Aristotle's Earlier Logic. College Publications (2014)
46. Woods, J.: Logic Naturalized, pp. 403–432. Springer International Publishing, Cham (2016)