

Optimización de mecanismos planos de 4 y 6 eslabones para el desarrollo de un prototipo de prótesis transfemoral

Eicarl Saynes-Vazquez¹, Esther Lugo González²

¹ Universidad Tecnológica de la Mixteca,
División de Posgrado,
México

² Universidad Tecnológica de la Mixteca,
Instituto de Electrónica y Mecatrónica,
México

eicar143@gmail.com, elugog@mixteco.utm.mx

Resumen. En este artículo se presenta un procedimiento de optimización para la síntesis de mecanismos planos de 4 y 6 barras, basado en técnicas de cómputo evolutivo: Algoritmos Genéticos (AG) y Algoritmo Evolutivo Diferencial (AED). El objetivo es comparar los resultados obtenidos y determinar qué técnica y qué mecanismo cumple con el seguimiento de la poloide (curva característica que describe el Centro Instantáneo de Rotación de una rodilla protésica (CIR)). Se plantea la función objetivo para cada caso, así como las condiciones de restricción y los operadores que tienen en común estos algoritmos: selección, cruce y mutación. Como resultados se exponen tablas que comparan el error en el seguimiento de una línea recta y una trayectoria para obtener la poloide característica, así como gráficas que muestran la optimización. Finalmente, se tiene la propuesta para el diseño de un prototipo de prótesis transfemoral utilizando el mecanismo de 4 barras resultante.

Palabras clave: Síntesis de mecanismos, algoritmos genéticos, algoritmo evolutivo diferencial, prótesis transfemoral.

Optimization of 4 and 6 Link Planar Mechanisms for the Development of a Transfemoral Prosthesis Prototype

Abstract. This paper presents an optimization procedure for the synthesis of 4- and 6-bar planar mechanisms, based on evolutionary computation techniques: Genetic Algorithms (GA) and Differential Evolutionary Algorithm (DEA). The objective is to compare the results obtained and determine which technique and which mechanism complies with the tracking of the poloid (characteristic curve describing the Instantaneous

Center of Rotation (ICR) of a prosthetic knee). The objective function is proposed for each case, as well as the restriction conditions and the operators that these algorithms have in common: selection, crossover and mutation. As results, tables comparing the error in the tracking of a straight line and a trajectory to obtain the characteristic poloid are presented, as well as graphs showing the optimization. Finally, there is a proposal for the design of a transfemoral prosthesis prototype using the resulting 4-bar mechanism.

Keywords: Synthesis of mechanisms, genetic algorithms, differential evolutionary algorithm, transfemoral prosthetic.

1. Introducción

Las prótesis móviles por lo general utilizan mecanismos que deben ser sintetizados para obtener sus dimensiones, tipo o forma. Existen técnicas clásicas y modernas para la síntesis [6], como las que incluyen la aplicación de mínimos cuadrados o algoritmos evolutivos. Entre las técnicas modernas más utilizadas está la optimización heurística y metaheurística, cuyo propósito es minimizar o maximizar los resultados de una función objetivo, como en este caso, se busca la minimización del error en el seguimiento de una trayectoria.

Estas se utilizan debido a que entre las restricciones del método clásico se encuentran el número de puntos de precisión que se pueden tomar para definir una trayectoria deseada y un espacio de búsqueda local. En [2] se lleva a cabo el desarrollo de una síntesis óptima de mecanismos de 4 barras con algoritmos genéticos, y posteriormente en [1] se desarrollan la síntesis y optimización de mecanismos de 4 y 6 barras a través de diferentes algoritmos de cómputo evolutivo, como el AG (Algoritmo genético), AED (Algoritmo evolutivo diferencial) y el Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO, por sus siglas en inglés).

En ambos trabajos, el objetivo es hallar mecanismos óptimos para el seguimiento de diferentes trayectorias, minimizando el error que se puede presentar entre la trayectoria generada y la deseada. En [4] y [9] se desarrolla la síntesis y optimización de mecanismos de 4 barras a través de AG, AED, Algoritmo Evolutivo Diferencial Autoadaptativa (JADE, por sus siglas en inglés) y el Algoritmo Competitivo Imperialista (ICA, por sus siglas en inglés), como estrategias diferentes de optimización.

En ambos trabajos los autores exponen los resultados obtenidos, en los cuales se observa el seguimiento de las trayectorias predefinidas resaltando la factibilidad del uso de estas técnicas como herramientas de síntesis. En [16] se presenta el estudio de mecanismos de 6 barras utilizando el AED proponiendo diferentes trayectorias para comparar los resultados gráficos y analíticos obtenidos. Para cada caso de estudio, los algoritmos convergen a soluciones óptimas con ciertas variaciones en el valor del error y en el seguimiento de las trayectorias.

En [4] exponen que el ICA ofrece los mejores resultados para la optimización de los casos de estudio; no obstante, en [9] mencionan que el AED tipo best/2 presenta las mejores soluciones para la mayoría de los casos de diseño. Debido al desarrollo de los algoritmos evolutivos y a la exigencia de mejorar la función protésica de la rodilla (estabilidad, movilidad y seguridad), se realizan estudios de los mecanismos planos para diseñar dispositivos protésicos. El objetivo general, es lograr que el Centro Instantáneo de Rotación o CIR de un mecanismo de 4 o 6 barras se iguale o aproxime al CIR anatómico de una pierna humana para cumplir con los requerimientos del usuario.

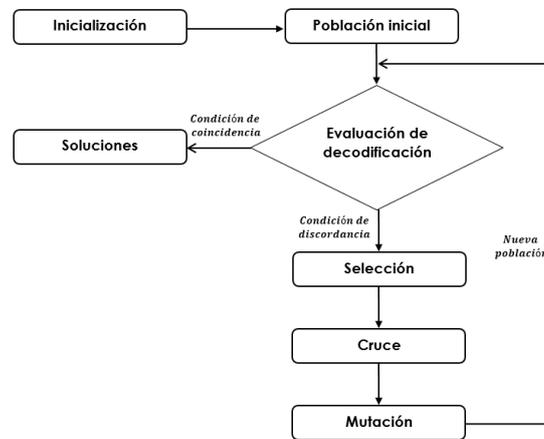


Fig. 1. Funcionamiento del algoritmo AG [17].

Así en [6,7,17] se presentan las síntesis y optimizaciones de mecanismos de 4 y 6 barras, a través de AG y AED, para el desarrollo de dispositivos protésicos pasivos y activos. Los autores coinciden con obtener un valor mínimo de error de seguimiento de trayectoria para asegurar que los dispositivos protésicos reflejen un CIR que se iguale o aproxime al CIR anatómico de una pierna humana y así garantizar una marcha adecuada y estable para las personas con amputación. Por último, resaltan que para algunos casos el mecanismo de 6 barras lleva a cabo un mejor seguimiento de la poloide, pero mecánicamente no es tan práctico como el de 4 eslabones porque presenta un incremento de peso y de piezas.

Con el objetivo de optimizar la síntesis de eslabonamientos planos para obtener el diseño de un prototipo de prótesis transfemoral, este artículo presenta como primer punto los conceptos necesarios para establecer el diseño del CIR de la rodilla que debe seguir el mecanismo policéntrico, posteriormente se tiene el análisis matemático de la síntesis de un mecanismo de 4 barras, uno de 6 tipo Watt II y otro tipo Stephenson III para determinar cuál es el óptimo en este tipo de estudio. También se plantea la función objetivo y los resultados obtenidos al

aplicar las técnicas del AG y AED. Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo y se determina cuál es la solución óptima para el diseño final.

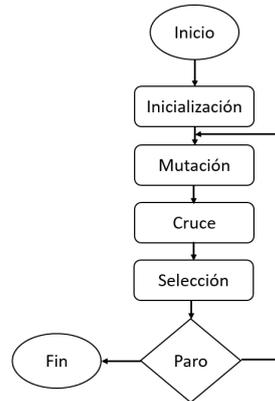


Fig. 2. Funcionamiento del algoritmo AED [3].

1.1. Rodilla policéntrica

El CIR se localiza en la intersección de las prolongaciones de las líneas de los enlaces anterior y posterior, los cuales conectan la sección del encaje a la pierna en la prótesis. Es muy utilizado en el diseño de prótesis transfemorales que incluyen un mecanismo de rodilla de 4 barras [17]. La curva que describe la trayectoria del CIR se conoce como poloide. Un mecanismo de 4 barras, desde el punto de vista biomecánico, se puede clasificar en 3 tipos según la ubicación de su CIR como se menciona en [14]:

- CIR Elevado.
- Hiper-Estabilizado.
- Control voluntario.

Esta última configuración proporciona estabilidad durante el contacto inicial y el despegue del talón, ya que el CIR se encuentra dentro de la zona de estabilidad de la pierna [14]. Su diseño se enfoca en usuarios con niveles de actividad moderada.

2. Algoritmos de cómputo evolutivo

Los algoritmos de cómputo evolutivo son estrategias de optimización y búsqueda de soluciones. Basan su funcionamiento en métodos de evolución, en fenómenos físicos o biológicos [11]. Entre los más empleados se encuentran los ya referidos AG, AED, PSO, JADE, ICA, que tienen la característica de resolver

problemas de manera rápida y robusta, reduciendo el tamaño efectivo del espacio de búsqueda.

El diagrama de flujo en la Figura 1 expone las diferentes etapas del funcionamiento de un algoritmo genético: a partir de una población inicial generada se lleva a cabo una evaluación de decodificación, si se encuentra en discordancia, el proceso se realiza de forma lineal y retorna para el análisis de una nueva población, de lo contrario, la condición se cumple y por lo tanto, existen soluciones óptimas. Si el algoritmo siguió un curso lineal, se presentarán tres de sus operadores más importantes [3, 12].

2.1. Algoritmos genéticos

- Selección: El proceso consiste en elegir individuos con base en su contribución de aptitud con respecto al total de la población.
- Cruce: El cromosoma intercambia genes de dos individuos completamente adaptados, este proceso se realiza cortando dos cadenas en una posición elegida al azar e intercambiándolas según el tipo de cruce que se elija.
- Mutación: Consiste en elegir aleatoriamente un gen durante la reproducción o cruzamiento y cambiarlo.

2.2. Algoritmo evolutivo diferencial

El AED es un algoritmo poblacional de búsqueda directa y simple, optimiza hasta alcanzar el óptimo global en funciones multimodales, no diferenciables y no lineales [3]. En la Figura 2, se presenta un diagrama de flujo que expone las diferentes etapas del funcionamiento del algoritmo. Aunque su funcionamiento es similar al AG, una de sus diferencias es que emplea el operador de mutación de forma distinta.

En este se provee información que se intercambia entre las distintas soluciones encontradas, siempre que el proceso de inicialización se haya llevado a cabo. El objetivo es recombinar la población para producir una nueva, aplicando la mutación diferencial [3, 11].

- Cruce: Incrementa la diversidad del vector de parámetros y complementa la estrategia de mutación utilizada.
- Selección: Consiste en encontrar las mejores soluciones verificando si el nuevo elemento producido por la mutación y el cruce es mejor al anterior.

3. Desarrollo

El objetivo principal de este estudio es obtener el mecanismo que cumpla de forma óptima con el seguimiento de una trayectoria específica, utilizando los algoritmos evolutivos AG y AED para resolver su síntesis a través de la ecuación de Freudenstain y de la función objetivo que busca obtener el mínimo error

entre la trayectoria deseada y la generada durante el seguimiento de la poloide. El procedimiento para obtener la síntesis se realiza para mecanismos de 4 y 6 barras de configuración tipo Watt II y Stephenson III, se observa en la Figura 3a. Inicia con el planteamiento de la ecuación de lazo cerrado del diagrama cinemático.

Se reescribe el lazo vectorial sustituyendo la propiedad de Euler en los términos $e^{j\theta}$. Después, se plantean constantes para simplificar el análisis y se obtiene la ecuación de Freudenstein. A continuación, se sustituyen propiedades del ángulo medio para dar solución al sistema con la ecuación de la fórmula general. Finalmente, se obtienen los ángulos θ_3 , θ_4 o θ_i del sistema.

3.1. Mecanismo de 4 barras

Con base en el diagrama cinemático de la Figura 3b, se escribe la ecuación de lazo cerrado del mecanismo:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4. \quad (1)$$

La Ecuación (1) se divide en su parte real e imaginaria igualadas a cero, mediante la propiedad de Euler. Después, se elimina θ_3 y se resuelve el sistema cartesiano para θ_4 [8]:

$$r_3 \cos \theta_3 = r_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2 \cos \theta_2, \quad (2)$$

$$r_3 \sin \theta_3 = r_4 \sin \theta_4 - r_2 \sin \theta_2. \quad (3)$$

Se elevan al cuadrado los términos de la Ecuación (3) y se suman:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 + 2r_1r_4 \cos \theta_4 - 2r_1r_2 \cos \theta_2 - 2r_4r_2(\cos \theta_2 \cos \theta_4 + \sin \theta_2 \sin \theta_4). \quad (4)$$

Para simplificar la expresión (4) se definen las constantes:

$$K_1 = \frac{r_1}{r_2}, \quad (5)$$

$$K_2 = \frac{r_1}{r_4}, \quad (6)$$

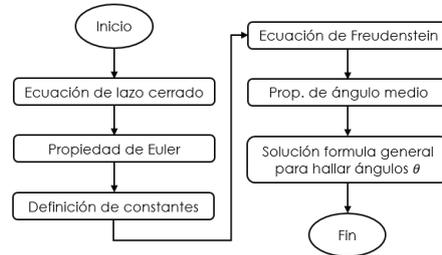
$$K_3 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2}{2r_4r_2}. \quad (7)$$

Así, se obtiene la ecuación de Freudenstein:

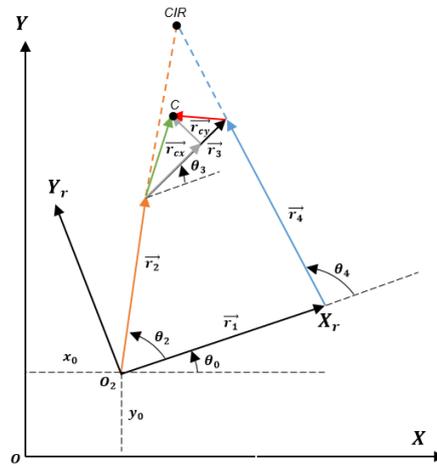
$$\therefore \cos(\theta_2 - \theta_4) = K_1 \cos \theta_4 - K_2 \cos \theta_2 + K_3. \quad (8)$$

Se sustituye en la ecuación (8) las propiedades semi-angulares:

$$\begin{aligned} \tan^2 \left(\frac{\theta_4}{2} \right) (\cos \theta_2 - K_1 - K_2 \cos \theta_2 + K_3) + \tan \left(\frac{\theta_4}{2} \right) (-2 \sin \theta_2) \\ + K_1 + K_3 - (K_2 + 10) \cos \theta_2 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$



(a)



(b)

Fig. 3. a) Diagrama de flujo para la síntesis de mecanismos planos, b) Diagrama cinemático de mecanismo de 4 eslabones [2].

Simplificando la ecuación (9):

$$A = \cos \theta_2 - K_1 - K_2 \cos \theta_2 + K_3, \quad (10)$$

$$B = -2 \sin \theta_2, \quad (11)$$

$$C = K_1 + K_3 - (K_2 + 1) \cos \theta_2, \quad (12)$$

$$\Rightarrow \tan^2 \left(\frac{\theta_4}{2} \right) A + \tan \left(\frac{\theta_4}{2} \right) B + C = 0. \quad (13)$$

La solución de la ecuación (13) se expresa como [8]:

$$\therefore \theta_{4,2} = 2 \arctan \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right). \quad (14)$$

Por otro lado, la solución para el ángulo θ_3 es similar al de θ_4 . La diferencia ahora es que en el sistema de la Ecuación (3) se elimina θ_4 y se resuelve para θ_3 .

Tabla 1. Configuración de mecanismos por [13].

Configuración	θ_3	θ_4
Abierta	$+\sqrt{\quad}$	$-\sqrt{\quad}$
Cruzada	$-\sqrt{\quad}$	$+\sqrt{\quad}$

Análogamente a la Ecuación (14), la solución se expresa como:

$$\therefore \theta_{3,2} = 2 \arctan \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right). \quad (15)$$

Tanto la Ecuación (14) como la (15) tienen dos soluciones, obtenidas a partir de las condiciones \pm en el radical. Éstas se conocen como las configuraciones cruzada y abierta del mecanismo. Según la configuración de un mecanismo de cuatro barras en la Tabla 1 deben elegirse los signos [13].

Finalmente, en [2] se menciona que el punto C del acoplador que seguirá la trayectoria deseada (ver Figura 3b), se encuentra en el marco de referencia rotado $O_2X_rY_r$ respecto del marco de referencia global OXY , por ello se hace uso de una matriz de rotación para adecuar la síntesis y hallar C_x, C_y como a continuación se explica:

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{X_r} \\ C_{Y_r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

donde C_{X_r} y C_{Y_r} quedan definidos por el siguiente lazo vectorial:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{cx} + \vec{r}_{cy} = C(X_r, Y_r). \quad (17)$$

Dividiendo la parte real e imaginaria de la Ecuación (17), se tiene:

$$\therefore C_{X_r} = r_2 \cos \theta_2 + r_{cx} \cos \theta_3 - r_{cy} \sin \theta_3, \quad (18)$$

$$C_{Y_r} = r_2 \sin \theta_2 + r_{cx} \sin \theta_3 + r_{cy} \cos \theta_3. \quad (19)$$

3.2. Mecanismo de Watt tipo II

El eslabonamiento tipo Watt II mostrado en la Figura 4a, se forma a través de dos mecanismos de cuatro barras que comparten un eslabón ternario [8]. En este caso, se analiza la primera malla o circuito, formado por los vectores r_1, r_2, r_3 y r_{41} . De este análisis se hallan los ángulos $\theta_3, \theta_4, \alpha$ y se desarrolla la segunda malla formada por los eslabones r_{43}, r_5, r_6 y r_{12} . La entrada $\theta_5 = \theta_4 - \alpha$ y las incógnitas para este segundo caso son θ_6 y θ_7 . Ecuación de lazo cerrado para el desarrollo de la primera malla:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{41}. \quad (20)$$

La ecuación de lazo cerrado para la segunda malla:

$$\vec{r}_{43} + \vec{r}_5 = \vec{r}_{12} + \vec{r}_6. \quad (21)$$

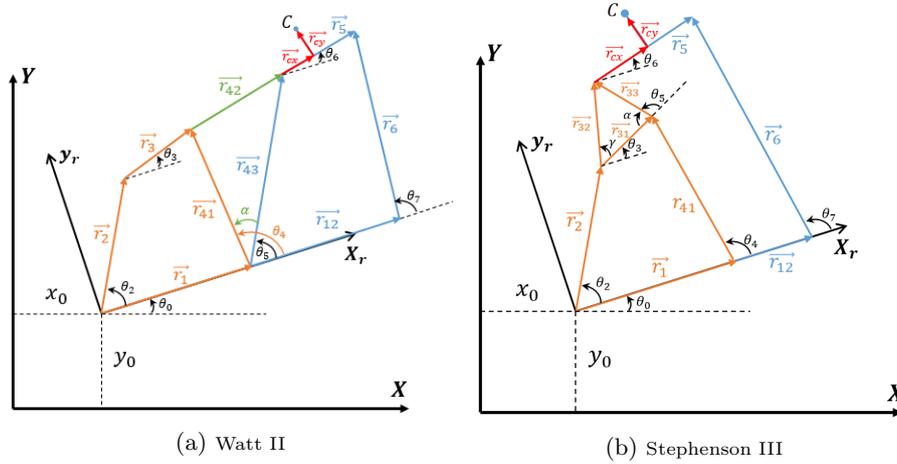


Fig. 4. Diagramas cinemáticos de mecanismos de 6 barras [5].

Para ambas mallas se definen las constantes (K_1, \dots, K_{10}) que se utilizan para simplificar las ecuaciones de Freudenstein. Posteriormente, se declaran las constantes (A, \dots, F) para la malla uno y (An, \dots, Fn) para la malla 2, que sirven para determinar la solución del sistema a través de los ángulos $\theta_4, \theta_3, \theta_7$ y θ_6 . Por último, el lazo vectorial para el seguimiento de la trayectoria en C es:

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_{43} + \vec{r}_{cx} + \vec{r}_{cy} = C(X_r, Y_r). \quad (22)$$

3.3. Mecanismo de Stephenson tipo III

La Figura 4b, consta de un mecanismo de 4 barras formado por los eslabones r_1, r_2, r_{31} y r_{41} y uno de 5 formado por $r_{12}, r_{41}, r_{33}, r_5$ y r_6 . De este primer análisis se hallan $\theta_3, \theta_4, \alpha$ y γ . Para la segunda malla (mecanismo de 5 barras) se tiene:

$$\vec{r}_{41} + \vec{r}_{33} + \vec{r}_5 = \vec{r}_{12} + \vec{r}_6. \quad (23)$$

Después de definir las constantes para simplificar el desarrollo matemático, la solución de la ecuación cuadrática en términos de θ_6 se expresa como:

$$\therefore \theta_{6,1,2} = 2 \arctan \left(\frac{-En \pm \sqrt{En^2 - 4DnFn}}{2Dn} \right). \quad (24)$$

La solución para θ_7 es el mismo procedimiento. Por último, el lazo vectorial para el seguimiento de la trayectoria en C es:

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{32} + \vec{r}_{cx} + \vec{r}_{cy} = C(X_r, Y_r). \quad (25)$$

Una de las diferencias entre las síntesis de mecanismos de 4 y 6 barras, es que el incremento en el número de eslabones, representa también un aumento de ecuaciones.

4. Optimización de mecanismos

En [17] se menciona que el grado de similitud entre el comportamiento de una rodilla humana y la de un mecanismo de rodilla de 4 barras, es directamente proporcional al valor del error de la función objetivo, es decir, mientras más pequeño sea el error, el *CIR* del mecanismo de 4 barras se iguala o aproxima al *CIR* anatómico de la pierna humana, lo que garantiza la reproducción del movimiento natural de la rodilla protésica.

Desde esta perspectiva, se toma una trayectoria de referencia que el punto de operación *C* seguirá, generada por una poloide característica ideal (ver Figura 3b) [10]. Por lo tanto la función objetivo se define como:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N [(X_d^i - X_c^i)^2 + (Y_d^i - Y_c^i)^2], \quad (26)$$

donde el primer término define el error de posición como la diferencia al cuadrado de las distancias euclidianas entre $X_{deseada}$ y $X_{calculada}$ del punto de seguimiento *C*. El segundo término lleva a cabo el mismo cálculo, pero para las distancias en *Y*. *N* representa al número de puntos a sintetizar. Para los dos casos de estudio, el error se calcula con la Ecuación (26). En el primero se presenta una línea recta (ver Figura 2) estudiada en [2]. Los autores proponen la solución del problema a través de AG mediante un mecanismo de 4 barras.

En la Tabla 3 se muestra un resumen de los mecanismos óptimos encontrados y los valores correspondientes a sus errores. Es importante resaltar que para llegar a estos resultados fue necesario ajustar los parámetros de número de individuos (NI), probabilidad de cruce (PC), probabilidad de mutación (PM), factor de escalamiento (F) y número máximo de iteraciones (itermax) de los algoritmos. En el caso dos, se lleva a cabo el análisis de una trayectoria de referencia para el seguimiento de una poloide característica (ver Figura 4).

Caso 1: Línea recta.

a) El problema es definido por los siguientes parámetros [2]:

- Límites de las variables: $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n \in [0, 60]$; $r_{cx}, r_{cy}, x_0, y_0 \in [-60, 60]$; $\theta_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^6 \in [0, 2\pi]$.
- Puntos deseados: $C_d^i = [(20, 20), (20, 25), (20, 30), (20, 35), (20, 40), (20, 45)]$.
- Parámetros del algoritmo: $NI = 200, PC = 0,4, PM = 0,6, F = 0,4, itermax = 1000$.

b) Las dimensiones obtenidas en la última iteración para el mecanismo propuesto son:

$$\begin{aligned} r_1 &= 56,3332, & r_2 &= 11,3609, & r_3 &= 25,9128, & r_4 &= 52,1372, & r_{cx} &= 26,3795, \\ r_{cy} &= 14,5755, & x_0 &= 4,9398, & y_0 &= 57,5743, & \theta_0 &= 57,2957, & \text{error} &= 0,0349. \end{aligned}$$

Tabla 2. Solución de la optimización del caso 1: Curvas trazadas por el punto C del acoplador.

4 Barras	4 Barras	Watt	Watt	Stephenson	Stephenson
					
a) AG	b) AED	c) AG	d) AED	e) AG	f) AED

Tabla 3. Comparación de errores para trayectoria recta.

Configuración	AG	AED
4 barras	1,6525	0,0349
Watt II	2,3244	1,1771
Stephenson III	2,9565	2,5496

Resultados sujetos a: $NI=1000$, $PC=0.6$, $PM=0.4$, $F=0.4$, $itermax=1000$.

En la Tabla 2 se observan los resultados gráficos mostrados en la Tabla 3 correspondientes a las 3 configuraciones de mecanismos optimizados con las técnicas de AG y AED, se aprecia que el error mínimo entre la trayectoria deseada y la generada fue la del mecanismo de 4 barras utilizando el AED con una diferencia de 0.00873 entre el error obtenido en [2] y el mejor mecanismo encontrado (ver Tabla 3). En la Tabla 2, la línea de color roja es la trayectoria deseada o de referencia y la de color azul la generada por el mecanismo propuesto. Los resultados se clasifican como:

Caso 2: Trayectoria de referencia para obtener poloide característica.

a) El problema es definido por los siguientes parámetros [15]:

- Límites de las variables: $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n \in [0, 60]$; $r_{cx} \in [10, 25]$; $r_{cy} \in [10, 1000]$; $x_0 = 0,0001$, $y_0 = 500$; $\theta_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^6 \in [0, 2\pi]$.
- Puntos deseados: $C_d^i = [(-0.66, 607.29), (2.73, 607.76), (5.51, 608.00), (8.10, 608.10), (12.39, 608.02), (15.97, 607.70), (18.86, 607.29), (21.58, 606.75), (24.08, 606.14), (27.42, 605.10), (30.65, 603.85), (33.25, 602.62), (36.51, 600.72), (38.80, 599.03), (41.36, 596.38), (42.53, 592.95), (41.95, 591.54)]$.
- Parámetros del algoritmo: $NI = 200$, $PC = 0,4$, $PM = 0,6$, $F = 0,4$, $itermax=1000$.

b) El mejor mecanismo encontrado en la última iteración es:

$$r_1 = 58,7478, \quad r_2 = 89,5333, \quad r_3 = 35,4889, \quad r_4 = 78,9177, \quad r_{cx} = 13,7750, \\ rr_{cy} = 13,7160, \quad x_0 = 0,0001, \quad y_0 = 500, \quad \theta_0 = 29,93, \quad \text{error} = 0,0480.$$

Resultados sujetos a: $NI=1000$, $PC=0.6$, $PM=0.4$, $F=0.4$, $\text{itermax}=1000$.

Tabla 4. Solución de la optimización del caso 2: Curvas trazadas por el punto C del acoplador.

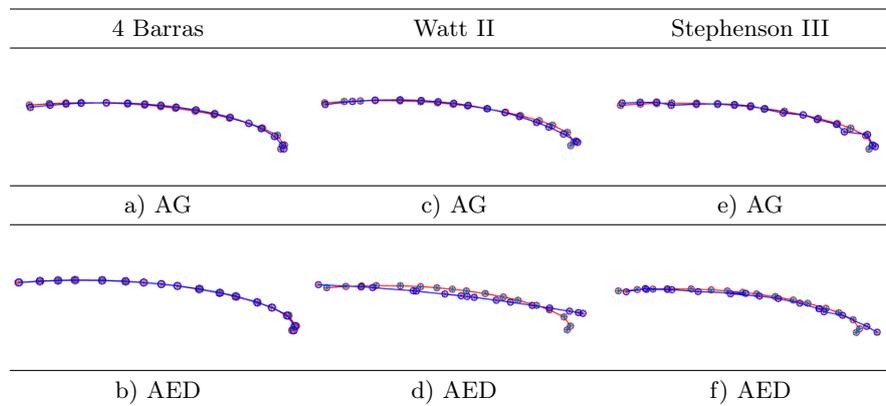


Tabla 5. Comparación de errores para trayectoria de referencia.

Configuración	AG	AED
4 barras	1,8846	0,0480
Watt II	2,5019	10,3685
Stephenson III	3,7626	3,6382

En la Tabla 4 se observan los resultados gráficos presentados en la Tabla 5, para los mecanismos óptimos obtenidos. La configuración que sigue mejor la trayectoria deseada es la de 4 barras utilizando el AED (ver Tabla 5b) con un error de 0.0480.

5. Discusión y análisis de resultados

Con base en los resultados de la Tabla 4 y considerando que por peso, precisión en el seguimiento de trayectoria, facilidad de análisis y diseño, se eligió el mecanismo de 4 eslabones para el desarrollo del dispositivo protésico (ver

Figuras 5a y 5b). Este se halló después de 996 generaciones una vez que las condiciones de paro del algoritmo se cumplieron.

El diseño solo es analizado en el plano sagital para el seguimiento de la trayectoria. La primera etapa, como se mostró en el desarrollo, consiste en obtener las dimensiones de los mecanismos que deben seguir una trayectoria establecida, que para este caso es la poloide.

El propósito de utilizar técnicas de optimización en la síntesis de los mecanismos es obtener las dimensiones y los ángulos necesarios sin tener mayor información que las restricciones de los valores máximos y mínimos. Estas técnicas se utilizan a menudo, ya que al tratarse de dispositivos personalizados es importante que no se rebasen las dimensiones o el peso necesario para evitar problemas en otras articulaciones como la cadera, rodilla o el tobillo del miembro inferior sano.

En este trabajo se presentaron solo como restricciones de construcción los ángulos y puntos de precisión para construir una poloide tomados del trabajo de [15] en combinación con una propuesta de los autores.

Tabla 6. Comparación de resultados entre métodos de optimización.

Variables (r_1 a r_{cy} en [mm])	Optimización cinemática [15]	AG	AED
r_1	60	59,1887	58.7478
r_2	90	87,1622	89.5333
r_3	33	32,6472	35.4889
r_4	80	78,0200	78.9177
x_0	0	0,0001	0.0001
y_0	500	500	500
r_{cx}	25,85	12,8095	13.7750
r_{cy}	14,97	14,1512	13.7160
θ_0	15	29,90	29,93
Error	0,0810	1,8846	0.0480

Para la segunda etapa del diseño del prototipo, se considerarán factores como dimensiones del usuario, peso, grado de amputación, selección de materiales de construcción, alineación de tobillo, rodilla y cadera, entre otros. En la Tabla 6 se exponen, a modo de comparación, los resultados obtenidos a través de un método clásicos (optimización cinemática) y dos de cómputo evolutivo.

Es evidente las variaciones dimensionales entre las variables encontradas mediante cada una de las técnicas. Sin embargo, lo más importante es notar el valor del error para cada uno de los casos. Es concluyente que el AED ofrece

los mejores resultados con un valor de error de 0.0480 en comparación con el método clásico e incluso con el AG.

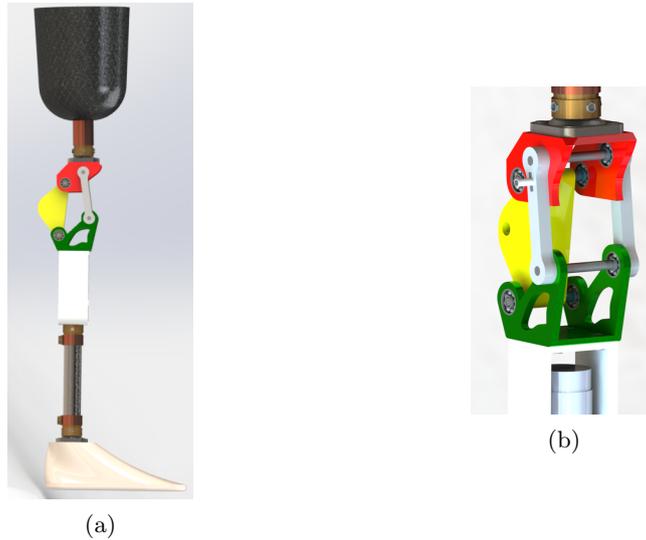


Fig. 5. a) Mecanismo de 4 eslabones, b) Vista lateral de mecanismo propuesto, c) Vista isométrica de mecanismo propuesto.

6. Conclusiones

Este trabajo ha demostrado la factibilidad en la aplicación de los métodos de cómputo evolutivo para la síntesis de mecanismos planos basados en los Algoritmos Genéticos y Evolutivo Diferencial. Los casos de estudio presentados prueban el alcance y la capacidad de estas técnicas para la solución de diseños en el desarrollo de prótesis policéntricas para miembro inferior, basados en mecanismos de cuatro y seis barras.

Los resultados muestran que, con un rango de 6 a 17 puntos de precisión, es posible obtener el dimensionamiento de un mecanismo que cumpla con el seguimiento de una trayectoria, para este caso, la poloide. No obstante, se deben llevar a cabo ciertos ajustes en los parámetros de los algoritmos como el número de individuos, selección, cruce y mutación para encontrar el resultado óptimo de la función objetivo.

Se observa que tanto el mecanismo de cuatro como el de seis barras cumplen con el seguimiento de una poloide característica, sin embargo, debido a los requerimientos del usuario en cuanto a la necesidad de la disminución del peso del prototipo protésico, así como la obtención de una marcha normal, estabilidad

en la fase de apoyo y control voluntario de los movimientos, se determina que el uso de un mecanismo de cuatro barras, obtenido por AED, es el óptimo.

Se decidió tomar el resultado del AED, ya que el error en el seguimiento de la trayectoria fue menor en comparación con los resultados hallados con el AG y el método clásico empleado en [15]. Además, se verificó que la disposición geométrica de las barras del mecanismo generó una poloide en un 92 % similar a la establecida para una rodilla sana en posiciones particulares de la marcha y de la sedestación.

Referencias

1. Cabrera, J. A., Ortiz, A., Nadal, F., Castillo, J. J.: An evolutionary algorithm for path synthesis of mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, pp. 127–141 (2011)
2. Cabrera, J. A., Simon, E., Prado, M.: Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, no. 10, pp. 1165–1177 (2002)
3. Cuevas, E. V., Osuna, J. V., Oliva, D. A., Díaz, M. A.: *Optimización: Algoritmos programados con MATLAB*. Alfaomega, Primera Edición (2016)
4. Ebrahimi, S., Payvandy, P.: Efficient constrained synthesis of path generating four-bar mechanisms based on the heuristic optimization algorithms. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 85, pp. 189–204 (2015)
5. Erdman, A. G., Sandor, G. N.: *Diseño de mecanismos análisis y síntesis*. Pearson (1998)
6. Lugo, E.: *Diseño de mecanismos utilizando algoritmos genéticos con aplicación en prótesis para miembro inferior*. Tesis Doctoral, Instituto Politécnico Nacional (2010)
7. Morales, C., Portilla, E. A., Suárez, R. A., Hernández, N., Calva, M. B.: Synthesis of a Non-Grashof Six-Bar Polycentric Knee Prostheses Using an Evolutionary Optimization Algorithm. *Conference on Engineering Optimization*, pp. 1121–1132 (2019)
8. Norton, R. L.: *Diseño de Maquinaria, síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*. Mc Graw Hill (2013)
9. Phukaokaew, W., Slesongsom, S., Panagant, N., Bureerat, S.: Synthesis of four-bar linkage motion generation using optimization algorithms. *Advances in Computational Design*, vol. 4, no. 3, pp. 197–210 (2019)
10. Poliakov, O., Chepenyuk, O., Pashkov, Y., Kalinin, M., Kramar, V.: Multicriteria synthesis of a polycentric knee prosthesis for transfemoral amputees. *International Journal of Chemical and Biological Engineering*, vol. 6, no. 5, pp. 257–262 (2012)
11. Ponce, P., Molina, A., Ramírez, R., Mendez, E., Ortiz, A. A.: *A practical approach to metaheuristics using labview and Matlab*. CRC Press (2020)
12. Ponce, P.: *Inteligencia Artificial con aplicación a la ingeniería*. Alfaomega (2010)
13. Pérez, R.: *Análisis de mecanismos y problemas resueltos*. Alfaomega (2006)
14. Radcliffe, C. W.: Four-bar linkage prosthetic knee mechanisms: Kinematics, alignment and prescription criteria. *Prosthetics and Orthotics International*, vol. 18, pp. 159–173 (1994)
15. Salas, P., Vergara, M., Provenzano, S.: *Prótesis de rodilla: Fundamentos teóricos y técnicas computacionales para su diseño*. *Revista Ciencia e Ingeniería*, vol. 42, no. 1, pp. 91–100 (2021)

Eicarl Saynes-Vazquez, Esther Lugo González

16. Shiakolas, P. S., Koladiya, D., Kebrle, J.: On the optimum synthesis of six-bar linkages using differential evolution and the geometric centroid of precision positions technique. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 40, pp. 319–335 (2005)
17. Xie, H., Wang, S., Li, F.: Knee joint optimization design of intelligent bionic leg based on genetic algorithm. *International Journal Bioautomation*, vol. 18, no. 3, pp. 195–206 (2014)